

دار المغرب للطباعة والنشر

الأستاذ

حيدر وليد

الفصل الثالث

1. الاشتقاق
2. المعدلات الزمنية
3. مبرهنة رول
4. مبرهنة القيمة المتوسطة
5. نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة (التقريب)
6. الاشكال الهندسية في مبرهنة القيمة المتوسطة
7. التغير التقريبي للدالة
8. ايجاد قيم الثوابت
9. رسم الدوال
10. تطبيقات عملية على النهايات العظمى والصغرى

ملازم دار المغرب

الاشتقاق

1 اذا علمت $y = \sin x - x\cos x$
جد y'

1996 دور (1)

Sol:

$$y' = \cos x\left[x.(-\sin x) + \cos x(1)\right]$$

$$y' = \cancel{\cos x} + x\sin x - \cancel{\cos x}$$

$$y' = x\sin x$$

2 اذا كان $y = x - \sin x\cos x$
جد y'

1996 دور (2)

Sol:

$$y = x - \frac{1}{2}\sin 2x$$

$$y' = 1 - \frac{1}{\cancel{2}}\cos 2x(\cancel{2})$$

$$y' = 1 - \frac{1}{2}\cos 2x$$

$$y' = 2\sin^2 x$$

3 جد y' عند النقطة $(1,-1)$ اذا
علمت ان $x^2 + 2xy^2 + 3y^3 = 0$

2002 دور (1)

Sol:

$$2x + 2x(2yy') + y^2(2) + 9y^2y' = 0$$

$$2x + 4xyy' + 2y^2 + 9y^2y' = 0$$

$$y'(4xy + 9y^2) = -2x - 2y^2$$

$$y' = \frac{-2x - 2y^2}{4xy + 9y^2}$$

عند $x = 1$, $y = -1$

$$y' = \frac{-2-2}{-4+9} = \frac{-4}{5}$$

4 جد y' حيث
$y = \sin 2x + \frac{1}{2}\cos^2 2x$

2002 دور (2)

Sol:

$$y' = \cos 2x(2) + \frac{1}{\cancel{2}}(\cancel{2})(\cos 2x)(-\sin 2x).2$$

$$y' = 2\cos 2x - 2\sin 2x\cos 2x\,(2)$$

$$y' = 2\cos 2x - 2\sin 4x$$

5

هل ان $y = \dfrac{\sin x}{a + b\cos x}$

برهن $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{a\cos x + b}{(a + b\cos x)^2}$

2005 دور (1)

Sol:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(a + b\cos x).\cos x - \sin x(-b\sin x)}{(a + b\cos x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a\cos x + b\cos^2 x + b\sin^2 x}{(a + b\cos x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a\cos x + b(\cos^2 x + \sin^2 x)}{(a + b\cos x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a\cos x + b}{(a + b\cos x)^2}$$

6

هل ان $y = \dfrac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$

برهن $\dfrac{dy}{dx} = 2\tan x \sec^2 x$

2007 تمهيدي

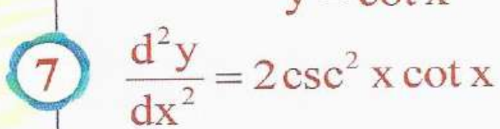
Sol:

$$y = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{2\sin^2 x}{2\cos^2 x}$$

$$y = \tan^2 x = (\tan x)^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2\tan x \sec^2 x$$

7



$y = \cot x$

$\dfrac{d^2y}{dx^2} = 2\csc^2 x \cot x$

2008 تمهيدي

Sol:

$$y = \cot x$$

$$\frac{dy}{dx} = -\csc x = -(\csc x)^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -2\csc x(-\csc x.\cot x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2\csc^2 x \cot x$$

8

هل ان $y = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}$

برهن $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{1 + \cos x}$

2009 دور (1)

Sol:

$$y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1 + \cos x).\cos x - \sin x(-\sin x)}{(1 + \cos x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(1 + \cos x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x + 1}{(1 + \cos x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1 + \cos x}$$

9 اذا كانت $y = x\sin x$ جد $y^{(4)} - y + 4\cos x = 0$

2019 دور (1) احيائي - خارج

Sol:

$y = x\sin x$

$y' = x.\cos x + \sin x$

$y'' = -x.\sin x + \cos x + \cos x$

$y'' = -x\sin x + 2\cos x$

$y''' = -x.\cos x + (-1)\sin x - 2\sin x$

$y''' = -x\cos x - 3\sin x$

$y^{(4)} = -x(-\sin x) + \cos x.(-1) - 3\cos x$

$y^{(4)} = x\sin x - 4\cos x$

$y^{(4)} - y + 4\cos x = 0$

$x\sin x - 4\cos x - x\sin x + 4\cos x = 0$

$0 = 0$

10 اذا كان $y = \tan x$ برهن ان $y'' = 3y(1+y^2)$ حيث $x \neq \frac{(2n+1)\pi}{2}, \forall n \in Z$

2020 تمهيدي احيائي

Sol:

$y = \tan x$

$y' = \sec^2 x$

$y'' = 2\sec x.\sec x.\tan x$

$= 2\sec^2 x.\tan$

$y'' = 2y(1+y^2)$

$2\sec^2 x.\tan x = 2\tan(1+\tan^2 x)$

$2\sec^2 x.\tan x = 2\tan.\sec^2 x$

المعدلات الزمنية
الجزء الاول

صفيحة مستطيلة من المعدن مساحتها $96cm^2$ يتمدد طولها بمعدل 2cm/s بحيث تبقى مساحتها ثابتة، جد معدل النقصان في عرضها وذلك عندما يكون عرضها 8cm .

2011 دور (2) — 2014 دور (3) — 2015 دور (1) نازحين

Sol :

A نفرض مساحة مستطيل

y نفرض طول المستطيل

x نفرض عرض المستطيل

$$\frac{dx}{dt}=2\ ,\ A=96 \text{ ثابت } ,\ y=8$$

$$x=?\ ,\ \frac{dy}{dt}=?$$

$$A=xy$$

$$96=8x\Rightarrow x=12\ cm$$

$$A=xy$$

$$0=x\frac{dy}{dt}+y\frac{dx}{dt}$$

$$0=12\frac{dy}{dt}+(8)(2)$$

$$12\frac{dy}{dt}=-16$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{-16}{12}$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{-4}{3}\ cm/s$$

صفيحة مستطيلة من المعدن مساحتها $96cm^2$ يتمدد عرضها بمعدل 2cm/s بحيث تبقى مساحتها ثابتة، جد معدل التغيير في الطول وذلك عندما يكون طولها 12cm .

2019 دور (3) تطبيقي — 2016 دور (1)

Sol :

Let

A = مساحة مستطيل

x = طول المستطيل

y = عرض المستطيل

$A=96$ ثابت

$\frac{dy}{dt}=2\ cm/s$

$x=12\ cm$

$y=?$

$\frac{dx}{dt}=?$

$$A=xy$$

$$96=12y\Rightarrow y=\frac{96}{12}=8\ cm$$

$$A=xy$$

$$0=x\frac{dy}{dt}+y\frac{dx}{dt}$$

$$0=12(2)+8\frac{dx}{dt}$$

$$8\frac{dx}{dt}=-24$$

$$\frac{dx}{dt}=\frac{-24}{8}=-3\ \ cm/s$$

يتسرب رمل ناعم من خزان على ارض مستوية مكوناً مخروطاً دائرياً قائماً بحيث ارتفاعه يساوي قطر قاعدته فاذا كان معدل التسرب $(25cm^3/s)$ جد معد تزايد نصف قطر قاعدته عندما يساوي $(5cm)$

2019 دور (1) تطبيقي

Sol:

$$h = 2r \;,\; \frac{dv}{dt} = 25 \;,\; r = 5$$

$$V = \frac{\pi}{3} r^2 . h$$

$$V = \frac{\pi}{3} . r^2 (2r)$$

$$V = \frac{2\pi}{3} r^3$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{2\pi}{\cancel{3}} . \cancel{3} r^2 . \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = 2\pi r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$25 = 2\pi (5)^2 . \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\cancel{25}}{2\pi (\cancel{25})}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{2\pi} cm/s$$

- قيمة $\frac{dv}{dt}$ تؤخذ موجبة
- التسرب يحل في الخزان وبالتالي يزداد حجم المخروط

متساوي سطوح مستطيلة ابعاده تتغير بحيث تبقى قاعدته مربعة الشكل يزداد طول ضلع القاعدة بمعدل 0.3cm/s والارتفاع يتناقص بمعدل 0.5cm/s جد معدل تغير الحجم عندما يكون طول ضلع القاعدة والارتفاع 3cm

2019 دور (3) احيائي

Sol:

$x =$ نفرض طول ضلع القاعدة

$h =$ نفرض الارتفاع

$$\frac{dx}{dt} = 0.3 \;,\; \frac{dh}{dt} = -0.5 \;,\; x = 4 \;,\; h = 3$$

$$V = x^2 . h$$

$$\frac{dv}{dt} = x^2 . \frac{dh}{dt} + h.(2x) \frac{dx}{dt}$$

$$= (4)^2 . (-0.5) + (3)(2)(4).(0.3)$$

$$= (16)(-0.5) + (24)(0.3)$$

$$= -8 + 7.2$$

$$\frac{dv}{dt} = -0.8 \; cm^3/s$$

بالون كروي مملوء بالغاز فيه ثقب يتسرب منه الغاز فاذا كانت النسبة بين معدل نقصان حجمه الى معدل نقصان قطره (200π) احسب معدل نقصان حجمه عندما يكون معدل النقصان في مساحته السطحية $80m^2/s$.

2008 دور (2)

Sol :

$r =$ نفرض نصف قطر البالون

$\frac{dv}{dt} =$ نفرض معدل تغير الحجم

$\frac{dr}{dt} =$ نفرض معدل تغير نصف القطر

$\frac{dA}{dt} =$ نفرض معدل تغير المساحة

$$\frac{\frac{dv}{dt}}{\frac{d2r}{dt}} = \frac{200\pi}{1}$$

$$\frac{\frac{dv}{dt}}{2\frac{dr}{dt}} = \frac{200\pi}{1}$$

$$\frac{dv}{dt} = 400\pi\frac{dr}{dt}......(1)$$

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{dv}{dt} = 4\pi r^2\frac{dr}{dt}$$

$$400\pi\frac{dr}{dt} = 4\pi r^2\frac{dr}{dt}$$

$$\left[400 = 4r^2\right] \div 4 \Rightarrow r^2 = 100$$

$$r = 10 \text{ cm}$$

$$A = 4\pi r^2$$

$$\frac{dA}{dt} = 8\pi r\frac{dr}{dt}$$

$$-80 = 8\pi(10)\frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{-80}{80\pi} = \frac{-1}{\pi} \text{ cm/s}$$

$$\frac{dr}{dt} = 400\pi\frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = 400\pi(\frac{-1}{\pi})$$

$$\frac{dr}{dt} = -400 \text{ cm}^3/\text{s}$$

اسطوانة دائرية قائمة يزداد ارتفاعها بمعدل $0.5cm/s$ بحيث يضل حجمها دائماً مساوياً $320\pi\ cm^3$ جد معدل تغير نصف قطر قاعدتها عندما يكون ارتفاعها $5cm$

2000 دور (2) | 2003 دور (2) | 2006 تمهيدي | 2018 دور (2) تطبيقي - داخل

Sol:

Let

$r =$ نصف قطر الاسطوانة

$h =$ ارتفاع الاسطوانة

$\frac{dh}{dt} = 0.5\ cm/s\ ,\ v = 320\pi\ cm^3$ ثابت

$h = 5\ ,\ \frac{dr}{dt} = ?$

$v = \pi r^2 h \Rightarrow 320\pi = \pi r^2 (5)$

$r^2 = \frac{320}{5} = 64 \Rightarrow r = 8\ cm$

$v = \pi r^2 h$

$\frac{dv}{dt} = \pi\left[r^2.\frac{dh}{dt} + h(2r)\frac{dr}{dt}\right]$

$0 = \pi\left[(8)^2.(0.5) + (5)(2)(8)\frac{dr}{dt}\right] \div \pi$

$0 = (64)(0.5) + 80\frac{dr}{dt}$

$\left[-32 = 80\frac{dr}{dt}\right] \div 80$

$\frac{dr}{dt} = \frac{-32}{80}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{-2}{5}\ cm/s$

بالون كروي مملوء بالغاز فيه ثقب يتسرب منه الغاز فاذا كان معدل نقصان نصف قطره $(\frac{7}{22} cm/s)$ بحيث يبقى محافظاً على شكله عندما يكون نصف قطره $10cm$ جد

1) معدل نقصان حجمه

2) معدل نقصان مساحته السطحية

2004 دور (1)

Sol:

Let

$r =$ نصف قطر كرة البالون

$\frac{dr}{dt} = \frac{-7}{22}\ cm/s\ ,\ r = 10\ cm$

$\frac{dA}{dt} = ?\ ,\ \frac{dv}{dt} = ?$

$v = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$

$\frac{dv}{dt} = 4(\frac{22}{7})(10)^2(\frac{-7}{22})$

$\frac{dv}{dt} = -400\ cm^3/s$

$A = 4\pi r^2$

$\frac{dA}{dt} = 8\pi r\frac{dr}{dt}$

$\frac{dA}{dt} = 8(\frac{22}{7})(10)(\frac{-7}{22})$

$\frac{dA}{dt} = -80 cm^2/s$

خزان مملوء بالماء على شكل متوازي سطوح مستطيله قاعدته مربعة طولها 2m يتسرب منه الماء بمعدل $0.4m^3/h$ جد معدل تغير انخفاض الماء في الخزان في اي زمن t.

2011 دور (1)
2013 دور (2)
2017 دور (1) احيائي -خارج

Sol :

Let

v = حجم متوازي مستطيلات

x = طول ضلع القاعدة المربعة

h = الارتفاع

$$x = 2m \ , \ \frac{dv}{dt} = -0.4 \ m^3/h \ , \ \frac{dh}{dt} = ?$$

$$v = x^2 h$$

نعوض قيمة x لانها ثابتة

$$v = (2)^2 h$$

$$v = 4h$$

$$\frac{dv}{dt} = 4\frac{dh}{dt}$$

$$-0.4 = 4\frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-0.4}{4}$$

$$\frac{dh}{dt} = -0.1 \ m/h$$

2020 تمهيدي احيائي

متوازي مستطيلات قاعدته مربعة وارتفاعه ثلاثه امثال طول قاعدته يتمدد بالحرارة جد معدل تغير حجمها ومساحتها السطحية في اللحظة التي يكون فيها طول القاعدة 8m ومعدل تغير طول القاعدة $\frac{1}{4}m/s$.

2016 دور (1) خارج

Sol :

Let

x = طول ضلع القاعدة

3x = الارتفاع , x = 8 cm

$$h = 3x$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{4} \ cm/s \ , \ \frac{dA}{dt} = ? \ , \ \frac{dv}{dt} = ?$$

$$v = x^2.h \Rightarrow v = x^2(3x)$$

$$v = 3x^3$$

$$\frac{dv}{dt} = 9x^2\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = 9(8)^2(\frac{1}{4})$$

$$\frac{dv}{dt} = 9(64)(\frac{1}{4})$$

$$\frac{dv}{dt} = 144 \ cm^3/s$$

$$A = 4xh + 2x^2$$

$$A = 4(x).(3x) + 2.x^2$$

$$A = 12x^2 + 2x^2$$

$$A = 14x^2$$

$$\frac{dA}{dt} = 28x\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = 28(8)(\frac{1}{4})$$

$$\frac{dA}{dt} = 56 \ cm^2/s$$

متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة الشكل ، يزداد طول ضلعه بمعدل 0.4cm/s بحيث يبقى الحجم ثابت دائماً مساوياً ($640cm^3$) جد معدل تغير ارتفاعه في اللحظة التي يكون ارتفاعه 10cm.

2017 دور (2) احيائي - داخل
2017 دور (1) احيائي - خارج

Sol:

Let

v = حجم السطوح المستطيلة

x = طول ضلع القاعدة

h = الارتفاع

$$\frac{dh}{dt} = ?, \quad \frac{dx}{dt} = 0.4 \text{ cm/s}, \; h = 10 \text{ cm}$$

$$v = 640 \text{ cm}^3 \; (\text{ثابت}), \; x = ?$$

$$v = x^2.h$$

$$640 = x^2(10) \Rightarrow x^2 = \frac{640}{10} = 64$$

$$x = 8 \text{ cm}$$

$$v = x^2.h$$

$$0 = x^2\frac{dh}{dt} + 2hx\frac{dx}{dt}$$

$$0 = (8)^2\frac{dh}{dt} + 2(10)(8)(0.4)$$

$$0 = 64\frac{dh}{dt} + 64$$

$$64\frac{dh}{dt} = -64$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-64}{64} = -1 \text{ cm}$$

اسطوانة دائرية قائمة يصب فيها الماء وكان معدل تغير ارتفاع الماء 40cm/s جد معدل التغير في حجم الماء اذا كان نصف قطر القاعدة الاسطوانة يساوي 10cm.

2017 دور (2) تطبيقي - داخل

Sol:

Let

r = نصف قطر الاسطوانة

h = ارتفاع الاسطوانة

$$\frac{dh}{dt} = 40 \text{ cm/s}, \; r = 10, \; \frac{dv}{dt} = ?$$

$$v = \pi r^2 h$$

$$v = \pi(10)^2.h$$

$$v = 100\pi h$$

$$\frac{dv}{dt} = 100\pi\frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = 100\pi(40)$$

$$\frac{dv}{dt} = 4000\pi \text{ cm}^3/\text{s}$$



خزان مملوء بالماء على شكل متوازي سطوح مستطيله قاعدته مربعة طولها 3m يتسرب منه الماء بمعدل $0.9m^3/h$ جد معدل تغير انخفاض من الماء في الخزان في اي زمن t.

2018 دور (1) تطبيقي- خارج

Sol :

let

v = حجم متوازي مستطيلات

x = طول ضلع القاعدة المربعة

h = الارتفاع

$$x = 3m \ , \ \frac{dv}{dt} = -0.9m^3 / h$$

$$\frac{dh}{dt} = ?$$

نعوض قيمة x لانها ثابت x=3

$$v = x^2 . h$$

$$v = 9h$$

$$\frac{dv}{dt} = 9\frac{dh}{dt}$$

$$-0.9 = 9\frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-0.9}{9} = -0.1 \ m / h$$

صفيحة على شكل مثلث متساوي الساقين مساحتها ($64cm^2$) يتمدد ارتفاعها بمعدل ($2cm/s$) حيث تبقى مساحتها ثابتة جد معدل النقصان في قاعدتها وذلك عندما تكون القاعدة تساوي ($4cm$)؟

2018 دور (2) احيائي -خارج

Sol:

$x =$ نفرض ان طول القاعدة

$h =$ نفرض الارتفاع , $A = 64$, $x = 4$

$$A = \frac{1}{2}xh \Rightarrow 64 = \frac{1}{2}xh$$

$$x = 4 \Rightarrow 64 = \frac{1}{2}(4)h$$

$$64 = 2h \Rightarrow h = 32 \text{ cm}$$

$$A = \frac{1}{2}xh$$

$$0 = \frac{1}{2}x\frac{dh}{dt} + \frac{1}{2}h\frac{dx}{dt}$$

$$0 = \frac{1}{2}(4)(2) + \frac{1}{2}(32)\frac{dx}{dt}$$

$$0 = 4 + 16\frac{dx}{dt}$$

$$16\frac{dx}{dt} = -4$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-4}{16} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{-1}{4} \text{ cm/s}$$

معدل نقصان طول القاعدة

$$A = \frac{1}{\not{2}}\not{2}x.h$$

$$A = x.h$$

$$64 = 2.h$$

$$h = 32$$

$$0 = x.\frac{dh}{dt} + h.\frac{dx}{dt}$$

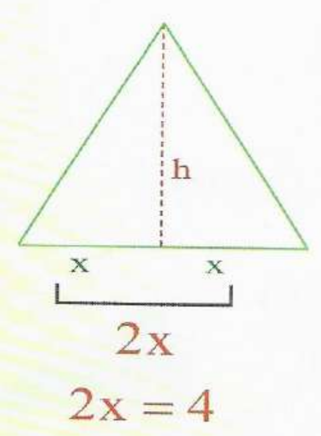
$$0 = 2(2) + 32.\frac{dx}{dt}$$

$$32\frac{dx}{dt} = -4] \div 32$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-1}{8}$$ التغير في نصف القاعدة

$$\frac{dx}{dt} = 2.\frac{-1}{8}$$

$$= \frac{-1}{4}$$



$2x$

$2x = 4$

$x = 2$

المعدلات الزمنية
الجزء الثاني

سيارة تسير بسرعة 30m/s اجتازت اشارة مرورية حمراء ارتفاعها 3m عن سطح الارض وبعد ان ابتعدت عنها مسافة $3\sqrt{3}$m اصطدمت بسيارة اخرى نتيجة عدم الالتزام بقوانين المرور جد سرعة تغير المسافة بين السيارة والاشارة ؟

1997 دور (1)

Sol:

نفرض ان بعد السيارة عن مسقط الاشارة المرورية على الارض x

ونفرض ان بعدها على الاشارة y

$$y^2 = x^2 + 9 \quad , \quad \because y = 3\sqrt{3}$$

$$27 = x^2 + 9$$

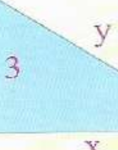
$$x^2 = 18 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

$$\left[2y\frac{dy}{dt} = 2x\frac{dx}{dt}\right] \div 2$$

$$y\frac{dy}{dt} = x\frac{dx}{dt}$$

$$3\sqrt{3}\frac{dy}{dt} = 3\sqrt{2}(30)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{3\sqrt{2}(30)}{3\sqrt{3}}$$



$$\frac{dy}{dt} = 10\sqrt{6}\ m/s$$

طريقان متعامدان تسير سيارة على الطريق الاول بسرعة 80km/h. وتسير سيارة على الطريق الاخر بسرعة 60km/h جد معدل ابتعاد السيارتين بعد مرور ربع ساعة .

Sol:

$\frac{dx}{dt} = 80$ km/h سرعة الطريق الاول

$\frac{dy}{dt} = 60$ km/h سرعة الطريق الثاني

$t = \frac{1}{4}h \ , \ \frac{dz}{dt} = ?$

2009 دور (1)

الزمن × السرعة = الازاحة

$$x = 80 \times \frac{1}{4} = 20 \text{ km}$$

$$y = 60 \times \frac{1}{4} = 15 \text{ km}$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$(20)^2 + (15)^2 = z^2$$

$$400 + 225 = z^2$$

$z^2 = 625$ بالجذر

$$z = 25 \text{ km}$$

z — الطريق الثاني y — الطريق الاول x

$$\left[2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 2z\frac{dz}{dt}\right] \div 2$$

$$x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = z\frac{dz}{dt}$$

$$(20)(80) + (15)(60) = 25\frac{dz}{dt}$$



$$1600 + 900 = 25\frac{dz}{dt}$$

$$\left[2500 = 25\frac{dz}{dt}\right] \div 25$$

$$\frac{dz}{dt} = 100 \text{ km/h}$$

سلم طوله 13m يستند بطرفه العلوي على حائط رأسي وبطرفه السفلي على ارض افقية فاذا انزلق الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل 4m/sec جد معدل انزلاق الطرف العلوي للسلم في اللحظة التي يكون فيها الطرف الاسفل للسلم على بعد 5m من الحائط

2009 دور (2)

Sol:

نفرض بعد الطرف الاسفل = x

نفرض بعد الطرف العلوي = y

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$(5)^2 + y^2 = (13)^2$$

$$25 + y^2 = 169$$

$$y^2 = 144 \Rightarrow y = 12$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0$$

$$2(5)(4) + 2(12)\frac{dy}{dt} = 0$$

$$40 + 24\frac{dy}{dt} = 0$$

$$24\frac{dy}{dt} = -40$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-40}{24} = \frac{-5}{3} \text{ m/sec}$$

سلم طوله 10m يستند بطرفه العلوي على حائط رأسي وبطرفه السفلي على الارض افقية فاذا انزلق الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل 2m/sec عندما يكون الطرف الاسفل على بعد 8m من الحائط جد :
1) معدل انزلاق طرفه العلوي
2) سرعة تغير الزاوية بين السلم والارض .

2012 دور (1)
2014 دور (2)
2014 تمهيدي
2017 دور (2) تطبيقي - موصل

Sol :

Let

x = نفرض بعد الطرف الاسفل

y = نفرض بعد الطرف العلوي

$$\frac{dx}{dt}=2\ m/s\ ,\ x=8\ ,\ \frac{dy}{dt}=?\ ,\ y=?$$

$$x^2+y^2=(10)^2$$

$$(8)^2+y^2=(10)^2 \Rightarrow 64+y^2=100$$

$$y^2=36 \Rightarrow y=6m$$

$$x^2+y^2=(10)^2$$ نشتق بالنسبة للزمن

$$\left[2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}=0\right]\div 2$$

$$x\frac{dx}{dt}+y\frac{dy}{dt}=0$$

$$(8)(2)+6\frac{dy}{dt}=0$$

$$\left[6\frac{dy}{dt}=-16\right]\div 6$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{-8}{3}\ m/s$$

معدل انزلاق الطرف العلوي

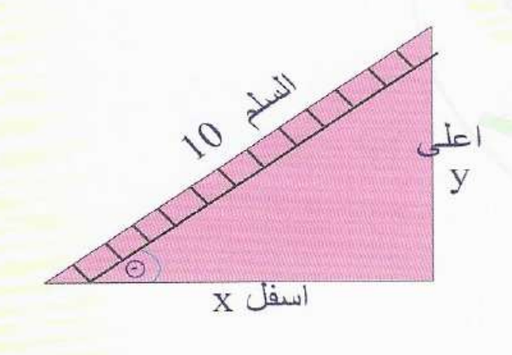
$$\sin\theta=\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}=\frac{y}{10}$$

$$\cos\theta\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{10}\cdot\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{(\text{مجاور})\times}{(\text{وتر})10}\cdot\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{10}\cdot\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{8}{10}\cdot\frac{d\theta}{dt}=\frac{1}{10}\cdot\frac{-8}{3}$$

$$\frac{d\theta}{dt}=\frac{-1}{3}\ rad/s$$



سلم يستند طرفه الاسفل على ارض افقيه وطرفه الاعلى على حائط رأسي فاذا انزلق الطرف الاسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل 2m/s جد معدل انزلاق طرفه العلوي عندما يكون قياس الزاوية بين السلم والارض تساوي $\frac{\pi}{3}$.

2015 خارج القطر — 2015 دور (1) خارج القطر — 2018 تمهيدي احيائي — 2020 تمهيدي تطبيقي

Sol:

Let

$x =$ بعد الطرف الاسفل

$y =$ بعد الطرف العلوي

$$\theta = \frac{\pi}{3}\ ,\ \frac{dy}{dt} = ?\ ,\ \frac{dx}{dt} = 2\ m/s$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$\left[2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0\right] \div 2$$

$$x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = 0 ....(1)$$

$$\tan\frac{\pi}{3} = \frac{y}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{y}{x}$$

$$y = \sqrt{3}x ....(2)$$

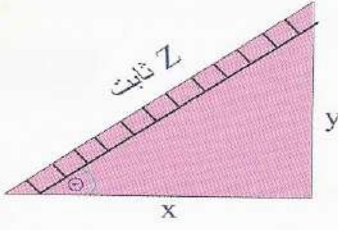
نعوض (2) في (1)

$$\left[x(2) + (\sqrt{3}x)\frac{dy}{dt} = 0\right] \div x\ ,\ x \neq 0$$

$$2 + \sqrt{3}\frac{dy}{dt} = 0$$

$$\left[\sqrt{3}\frac{dy}{dt} = -2\right] \div \sqrt{3}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-2}{\sqrt{3}}\ m/s$$



سلم يستند طرفه الاسفل على ارض افقيه وطرفه الاعلى على حائط رأسي فاذا انزلق الطرف الاسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل 2m/s جد معدل طرفه العلوي عندما يكون قياس الزاوية بين السلم والارض تساوي $\frac{\pi}{4}$.

2016 دور (2)

Sol:

$$x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = 0 ....(1)$$

$$\tan\frac{\pi}{4} = \frac{y}{x}$$

$$1 = \frac{y}{x} \Rightarrow x = y ....(2)$$

نعوض (2) في (1)

$$\left[x(2) + x\frac{dy}{dt} = 0\right] \div x\ ,\ x \neq 0$$

$$\frac{dy}{dt} = -2\ m/s$$

سلم يستند طرفه الاسفل على ارض افقيه وطرفه الاعلى على حائط رأسي فاذا انزلق الطرف الاسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل $\frac{1}{5}m/s$ جد معدل انزلاق طرفه العلوي عندما يكون قياس الزاوية بين السلم والارض تساوي $\frac{\pi}{3}$.

2015 دور (1) خارج القطر

Sol :

Let

$x =$ بعد الطرف الاسفل

$y =$ بعد الطرف العلوي

$$\theta = \frac{\pi}{3} \ , \ \frac{dx}{dt} = \frac{1}{5} \ m/s \ , \ \frac{dy}{dt} = ?$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$\left[2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0\right] \div 2$$

$$x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = 0.........(1)$$

$$\tan\frac{\pi}{3} = \frac{y}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{y}{x} \Rightarrow \sqrt{3}x = y.......(2)$$

نعوض (2) في (1)

$$\left[(x)(\frac{1}{5}) + (\sqrt{3}x)\frac{dy}{dt} = 0\right] \div x \ , x \neq 0$$

$$\frac{1}{5} + \sqrt{3}\frac{dy}{dt} = 0$$

$$\sqrt{3}\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{5}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-1}{5\sqrt{3}} \ m/s$$

تحركت شاحنتان من مستودع ، الشاحنة (A) بسرعة 40km/h شرقا والشاحنة (B) بسرعة 30km/h شمالاً، ما معدل تغير المسافة بين الشاحنتين عندما يكون الشاحنة (A) على بعد (4km) والشاحنة (B) على بعد (3km) من المستودع ؟

2018 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

نفرض طولي الضلعين القائمين x,y

نفرض طول الوتر(h)

$$\frac{dy}{dt} = 40 \Rightarrow y = 4 \text{ عندما}$$

$$\frac{dx}{dt} = 30 \Rightarrow x = 3 \text{ عندما}$$

$$\frac{dh}{dt} = ?$$

h, x, y

$$h^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow h^2 = (3)^2 + (4)^2$$

$$h^2 = 9 + 16$$

$$h^2 = 25 \Rightarrow h = 5$$

$$h^2 = x^2 + y^2$$

$$2h\frac{dh}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt}$$

$$(15)(2)\frac{dh}{dt} = (2)(3)(30) + (2)(4)(40)$$

$$10\frac{dh}{dt} = 180 + 320$$

$$10\frac{dh}{dt} = 500 \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{500}{10}$$

$$\frac{dh}{dt} = 50 \ km/h$$

تحركت سيارتان الاولى باتجاه الشرق بسرعة (40km/h) والثانية باتجاه الشمال بسرعة (30km/h) جد معدل تغير المسافة بين السيارتين بعد ان تكون الاولى قطعت (4km) والثانية (3km)

2019 دور (1) احيائي

Sol:

السيارة الاولى x

السيارة الثانية y

$$\frac{dx}{dt}=40 \;,\; x=4$$

$$\frac{dy}{dt}=30 \;,\; y=3$$

$$\frac{dZ}{dt}=? \;,\; Z=?$$

$$Z^2=x^2+y^2 \Rightarrow Z^2=(4)^2+(3)^2$$

$$Z^2=16+9 \Rightarrow Z^2=25$$

$$Z=5$$

$$Z^2=x^2+y^2$$

$$2Z\frac{dZ}{dt}=2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}\Bigg]\div 2$$

$$Z\frac{dZ}{dt}=x\frac{dx}{dt}+y\frac{dy}{dt}$$

$$5\frac{dZ}{dt}=4(40)+3(30)$$

$$5\frac{dZ}{dt}=160+90$$

$$5\frac{dZ}{dt}=250$$

$$\frac{dZ}{dt}=\frac{250}{5}=50$$

وقف صقر على قمة شجرة ارتفاعها (30m) لاحظ ارنب فطار نحوه بسرعة (80m/s) . جد معدل تغير موقع الارنب اذا كان بعده عن الشجره (40m)

2017 دور (3) احيائي - داخل

Sol:

نفرض ان بعد الارنب عن قاعدة الشجرة x

نفرض ان بعد الارنب عن قمة الشجرة Z

نفرض ان طول الشجرة y

$$z^2=x^2+y^2$$

$$z^2=(40)^2+(30)^2$$

$$z^2=1600+900$$

$$z^2=2500 \Rightarrow z=50$$

$$z^2=x^2+y^2$$

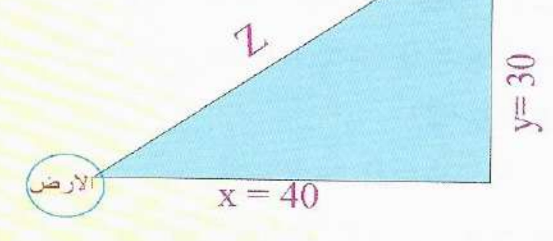
$$2z\frac{dz}{dt}=2x\frac{dx}{dt}$$

$$2(50)(-80)=2(40)\frac{dx}{dt}$$

$$-8000=80\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt}=\frac{-8000}{80}$$

$$\frac{dx}{dt}=-100 \text{ unit/s}$$



المعدلات الزمنية
الجزء الثالث

جد نقطة او اكثر تنتمي الى الدائرة $x^2 + y^2 - 4x = 4$ عندها يكون معدل تغير x بالنسبة للزمن مساوياً الى معدل تغير y بالنسبة للزمن

1996 دور (1)

Sol :

$$x^2 + y^2 - 4x = 4$$

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} - 4\frac{dx}{dt} = 0$$

$$2x\frac{dx}{dt} - 4\frac{dx}{dt} = -2y\frac{dy}{dt}$$

$$\because \frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt}$$

$$(2x-4)\frac{dx}{dt} = -2y\frac{dx}{dt}$$

$$[2x - 4 = -2y] \div 2$$

$$x - 2 = -y$$

$$y = 2 - x ....(1)$$

$$x^2 + y^2 - 4x = 4 .....(2)$$

نعوض (1) في (2)

$$x^2 + (2-x)^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x^2 + 4 - 4x + x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$2x^2 - 8x = 0 \Rightarrow 2x(x-4) = 0$$

أما $2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0 - 2 = -2$

$p_1(0,-2)$

أو $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

$y = 4 - 2 = 2 \Rightarrow p_2(4,2)$

جد مجموعة النقط التي تنتمي الى الدائرة $x^2 + y^2 + 4x - 8y = 108$ والتي يكون عندها المعدل الزمني لتغير x مساوياً للمعدل الزمني لتغير y .

2014 نازحين

2018 دور (3) تطبيقي - داخل

2019 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$x^2 + y^2 + 4x - 8y = 108$$

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} + 4\frac{dx}{dt} - 8\frac{dy}{dt} = 0$$

$$\because \frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt}$$

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dx}{dt} + 4\frac{dx}{dt} - 8\frac{dx}{dt} = 0$$

$$\frac{dx}{dt}(2x + 2y + 4 - 8) = 0$$

$\frac{dx}{dt} = 0$ يهمل

$$[2x + 2y + 4 - 8 = 0] \div 2$$

$$x + y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 - x ....(1)$$

نعوضها بالعلاقة معطاة بالسؤال

$$x^2 + (2-x)^2 + 4x - 8(2-x) = 108$$

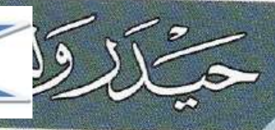
$$x^2 + 4 - 4x + x^2 + 4x - 16 + 8x - 108 = 0$$

$$[2x^2 + 8x - 120 = 0] \div 2$$

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

$$(x+10)(x-6) = 0$$

أما $x + 10 = 0 \Rightarrow x = -10$



$x=-10 \Rightarrow y=2-(-10)=12$

$p_1(10,12)$

أو $x-6=0 \Rightarrow x=6$

$x=6 \Rightarrow y=2-6 \Rightarrow y=-4$

$p_2(6,-4)$

لتكن M نقطة متحركة على منحني القطع المكافئ $y^2=4x$ بحيث يكون معدل ابتعادها عن النقطة (7,0) يساوي 0.2unit/s جد معدل الزمني لتغير الاحداثي السيني للنقطة M عندما يكون $x=4$

2013 دور (1)
2016 دور (3)
2017 دور (1) احيائي- داخل
2017 دور (3) تطبيقي- داخل
2019 دور (2) احيائي

Sol:

$(x_1,y_1) \qquad (x_2,y_2)$

$(7,0) \qquad M(x,y)$

$$s=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$s=\sqrt{(x-7)^2+(y-0)^2}$$

$$s=\sqrt{x^2-14x+49+y^2}$$

$$s=\sqrt{x^2-14x+49+4x}$$

نعوض قيمة (y)

$$s=\sqrt{x^2-10x+49}$$

$$s=(x^2-10x+49)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{ds}{dt}=\frac{1}{2}(x^2-10x+49)^{-\frac{1}{2}}(2x-10)\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt}=\frac{2x-10}{2\sqrt{x^2-10x+49}}\frac{dx}{dt}$$

$$0.2=\frac{8-10}{2\sqrt{16-40+49}}\frac{dx}{dt}$$

$$\left[0.2=-0.2\frac{dx}{dt}\right]\div -0.2$$

$$\frac{dx}{dt}=-1 \ \text{unit}/s$$

لتكن M نقطة متحركة على منحني القطع المكافئ $x^2=4y$ بحيث يكون معدل ابتعادها عن النقطة (0,7) يساوي 0.2unit/s جد معدل التغير الزمني الاحداثي الصادي للنقطة M عندما يكون $y=4$

2016 تمهيدي

Sol:

$$s=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$s=\sqrt{(x-0)^2+(y-7)^2}$$

$$s=\sqrt{x^2+y^2-14y+49}$$

$$s=\sqrt{4y+y^2-14y+49}$$

نعوض قيمة (x)

$$s=(y^2-10y+49)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{ds}{dt}=\frac{2y-10}{2\sqrt{y^2-10y+49}}\frac{dy}{dt}$$

$$0.2=\frac{8-10}{2\sqrt{16-40+49}}\frac{dy}{dt}$$

$$\left[0.2=-0.2\frac{dy}{dt}\right]\div -0.2$$

$$\frac{dy}{dt}=-1 \ \text{unit}/s$$

لتكن M نقطة تتحرك على القطع المكافئ $y = x^2$ جد احداثي النقطة M عندما يكون المعدل الزمني لابتعادها عن النقطة $(0, \frac{3}{2})$ يساوي ثلثي المعدل الزمني لتغير الاحداثي الصادي للنقطة M .

2012 دور (2)

2018 دور (2) احيائي- داخل

2020 دور (1) احيائي

Sol :

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2}{3} \cdot \frac{dy}{dt}$$

(x_1, y_1) $\quad$ (x_2, y_2)

$(0, \frac{3}{2})$ $\quad$ $M(x, y)$

$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$s = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - \frac{3}{2})^2}$$

$$s = \sqrt{x^2 + y^2 - 3y + \frac{9}{4}} \quad , x^2 = y$$

$$s = \sqrt{y + y^2 - 3y + \frac{9}{4}}$$

$$s = \sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}$$

$$s = (y^2 - 2y + \frac{9}{4})^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2}(y^2 - 2y + \frac{9}{4})^{-\frac{1}{2}}(2y - 2)\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2y - 2}{2\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{2}{3}\frac{dy}{dt} = \frac{2(y - 1)}{2\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{(y - 1)}{\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}}$$

$$2\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}} = 3y - 3 \quad \text{بالتربيع}$$

$$4(y^2 - 2y + \frac{9}{4}) = 9y^2 - 18y + 9$$

$$4y^2 - 8y + 9 = 9y^2 - 18y + 9$$

$$9y^2 - 4y^2 - 18y + 8y = 0$$

$$\left[5y^2 - 10y = 0\right] \div 5$$

$$y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y(y - 2) = 0$$

$y = 0$ تهمل

$$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$$

$$y = x^2 \Rightarrow 2 = x^2 \quad \text{بالجذر}$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

$$(\pm\sqrt{2}, 2)$$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

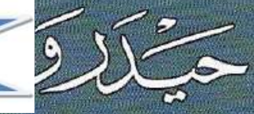
....

....

....

....

....



لتكن M نقطة تتحرك على القطع المكافئ $y = x^2$ جد احداثي النقطة M عندما يكون المعدل الزمني لابتعادها عن النقطة $(0, \frac{3}{2})$ يساوي ثلث المعدل الزمني لتغير الاحداثي الصادي للنقطة M

2014 دور (1)

Sol:

$(x_1, y_1) \qquad (x_2, y_2)$

$(0, \frac{3}{2}) \qquad M(x, y) \qquad , \frac{ds}{dt} = \frac{1}{3}\frac{dy}{dt}$

$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$s = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - \frac{3}{2})^2}$$

$$s = \sqrt{x^2 + y^2 - 3y + \frac{9}{4}} \quad ,$$

بتعويض $x = y^2$

$$s = \sqrt{y + y^2 - 3y + \frac{9}{4}}$$

$$s = \sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2y - 2}{2\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}}\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{1}{3}\frac{dy}{dt} = \frac{2(y-1)}{2\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}}\frac{dy}{dt}$$

$$\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}} = 3(y - 1)$$

$$\sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}} = 3y - 3$$

بتربيع الطرفين

$$y^2 - 2y + \frac{9}{4} = 9y^2 - 18y + 9$$

$$9y^2 - y^2 - 18y + 2y + 9 - \frac{9}{4} = 0$$

$$\left[8y^2 - 16y + \frac{27}{4} = 0\right] \div 8$$

$$y^2 - 2y + \frac{27}{32} = 0$$

$$y^2 - 2y = -\frac{27}{32}$$

$$y^2 - 2y + 1 = -\frac{27}{32} + 1$$

نضيف للطرفين 1 حتى يصبح مربع كامل

$$(y - 1)^2 = \frac{5}{32}$$

بالجذر

$$y - 1 = \pm\sqrt{\frac{5}{32}}$$

$$y = 1 \pm \sqrt{\frac{5}{32}}$$

$$y = x^2 \Rightarrow 1 \pm \sqrt{\frac{5}{32}} = x^2$$

بالجذر

$$x = \sqrt{1 \pm \sqrt{\frac{5}{32}}}$$

المعدلات الزمنية

الجزء الرابع

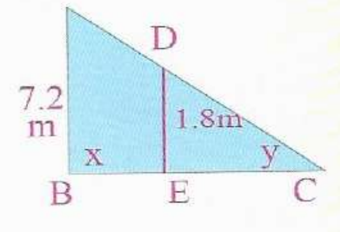
عمود طوله 7.2m في نهايته مصباح يتحرك رجل طوله 1.8m مبتعداً عن العمود وبسرعة 30m/min جد معدل تغير طول ظل الرجل

2012 تمهيدي
2013 دور (1)
2014 تمهيدي
2015 دور (1)

Sol:

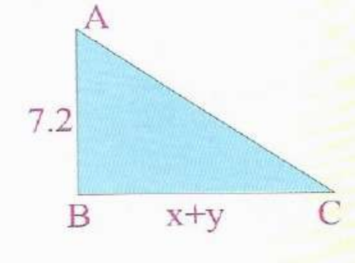
$$\frac{dx}{dt} = 30 \quad m/min$$

ABC , DEC من تشابه المثلثين



$$\frac{7.2}{1.8} = \frac{x+y}{y}$$

$$\frac{4}{1} = \frac{x+y}{y}$$

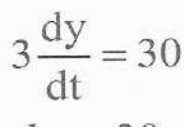


$$4y = x + y$$

$$4y - y = x$$

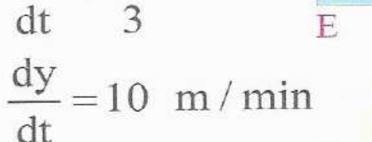
$$3y = x$$ نشتق

$$3\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}$$



$$3\frac{dy}{dt} = 30$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{30}{3}$$



$$\frac{dy}{dt} = 10 \quad m/min$$

D
1.8
E
C

فنار ميناء ارتفاعه 20m يعلوه مصباح كبير تحركت سفينة ارتفاعها 5m مبتعدة عن الفنار بسرعة 50km/h جد تغير طول ظل السفينة على سطح البحر .

2016 دور (2) خارج القطر

Sol:

$$\frac{dx}{dt} = 50 \quad km/h \ , \ \frac{dy}{dt} = ?$$

ABC , DEC من تشابه المثلثين

$$\frac{20}{5} = \frac{x+y}{y}$$

$$4 = \frac{x+y}{y}$$

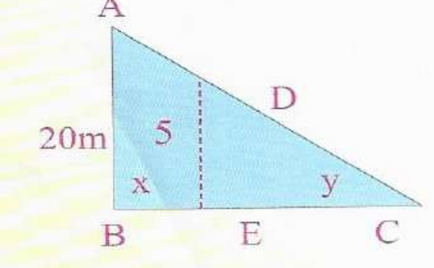
$$4y = x + y$$

$$3y = x$$ نشتقها

$$3\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}$$

$$3\frac{dy}{dt} = 50$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{50}{3} \quad km/h$$



عمود طوله 3.6m في نهايته مصباح يتحرك رجل طوله 1.6m مبتعداً عن العمود بسرعة 1.5m/s جد معدل تغير طول ظل الرجل؟

2019 تمهيدي احيائي

مصباح
3.6
1.6
الرجل
y
x

Sol :

$$\frac{dx}{dt}=1.5$$

$$\frac{3.6}{1.6}=\frac{y+x}{y}$$

$$\frac{9}{4}=\frac{y+x}{y}$$

$$9y=4(y+x)$$

$$9y=4y+4x$$

$$9y-4y=4x$$

$$5y=4x$$

$$y=\frac{4}{5}x$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{4}{5}\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt}=\frac{4}{5}(1.5)=1.2\ m/s$$

عمود طوله 6.4m في نهايته مصباح يتحرك رجل طوله 1.6m مبتعداً عن العمود وبسرعة 30m/min جد سرعة تغير طول ظل الرجل؟

2015 دور (2)

Sol :

$$\frac{dx}{dt}=30m/min\ ,\ \frac{dy}{dt}=?$$

من تشابه المثلثين ABC , DEC

$$\frac{6.4}{1.6}=\frac{x+y}{y}$$

$$\frac{4}{1}=\frac{x+y}{y}$$

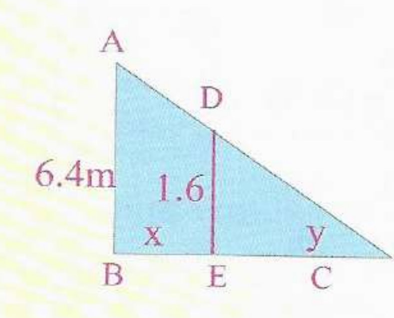
$$4y=x+y$$

$3y=x$ نشتق

$$3\frac{dy}{dt}=\frac{dx}{dt}$$

$$3\frac{dy}{dt}=30$$

$$\frac{dy}{dt}=10m/min$$





مصدر ضوئي موضوع على الارض يبعد 20m عن الحائط تسير حادلة تبليط ارتفاعها 1.6m باتجاه الحائط بسرعة 2.5m/min، ما معدل التغير في ارتفاع ظل الحادلة عندما تكون على بعد 8m عن الحائط ؟ وهل الارتفاع للظل يتزايد ام يتناقص.

2017 دور (2) احيائي - خارج

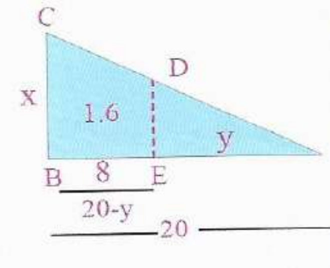
2018 دور (2) احيائي - خارج

Sol : $\frac{dy}{dt} = 2.5$

نفرض ان بعد الحادلة عن مصدر الضوء y

نفرض ان ظل الحادلة على الحائط x

من تشابه المثلثين $\Delta\Delta ABC , AED$



$$\frac{1.6}{x} = \frac{y}{20}$$

$$xy = 32$$

$$x = \frac{32}{y}$$

$$x = 32y^{-1}$$ نشتق

$$\frac{dx}{dt} = -32y^{-2}\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-32}{y^2}\cdot\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-32}{(12)^2}(2.5)$$

$20 - y = 8$
$y = 20 - 8$
$y = 12$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-80}{144} = \frac{-5}{9} \quad m/min$$

معدل تغير ارتفاع الظل وهو تناقص لان الاشارة سالبة

مرشح مخروطي قاعدته افقية وراسه الى الاسفل ارتفاعه يساوي 24cm طول قطر قاعدته 16cm يصب فيه سائل بمعدل 5cm³/s بينما يتسرب منه السائل بمعدل 1cm³/s جد معدل تغير نصف القطر السائل في اللحظة التي يكون فيها نصف قطر السائل 4cm

2014 دور (4) انبار

2020 دور (1) تطبيقي

Sol :

$r =$ نفرض نصف قطر السائل

$h =$ نفرض ارتفاع السائل

$v =$ حجم المخروط

$$r = 4\ cm\ ,\ \frac{dv}{dt} = 5 - 1 = 4\ cm^3/s$$

$$\frac{24}{h} = \frac{8}{r}$$

$$[8h = 24r] \div 3$$

$$h = 3r..........(1)$$

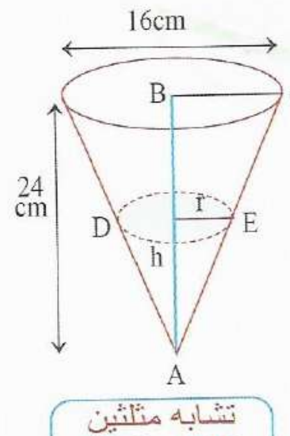
نعوض (1) في هذه المعادلة

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 (3r)$$

$$v = \frac{1}{3}\pi 3r^3$$

$$v = \pi r^3$$



تشابه مثلثين ABC , ADE

$$\frac{dv}{dt} = 3\pi r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$4 = 3\pi(4)^2 \frac{dr}{dt}$$

$$4 = 48\pi \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{4}{48\pi} \Rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{1}{12\pi} \quad cm/s$$

مرشح مخروطي قاعدته افقية وراسه الى الاسفل ارتفاعه يساوي 12cm طول قطر قاعدته 8cm يصب فيه سائل بمعدل $5cm^3/s$ بينما يتسرب منه السائل بمعدل $1cm^3/s$ جد معدل عمق السائل في اللحظة التي يكون فيها عمق السائل 6cm

2017 دور (1) تطبيقي - داخل

2018 دور (1) تطبيقي - داخل

Sol:

$r =$ نفرض نصف قطر السائل

$h =$ نفرض ارتفاع السائل

$v =$ حجم المخروط

$$\frac{dv}{dt} = 5 - 1 = 4\ cm^3/s$$

$$\frac{12}{h} = \frac{4}{r}$$

$$[4h = 12r] \div 4$$

$$[h = 3r] \div 3$$

$$r = \frac{1}{3}h \ldots\ldots (1)$$



نعوض (1)

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$v = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{1}{3}h\right)^2 h$$

$$v = \frac{\pi}{27}h^3$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{9}h^2\frac{dh}{dt}$$

$$4 = \frac{\pi}{9}(6)^2\frac{dh}{dt}$$

$$4 = \frac{\pi}{9}36\frac{dh}{dt}$$

$$4 = 4\pi\frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{4}{4\pi}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\pi}\ cm/s$$

8cm, B, 4, c, 12 cm, r, D, E, h, A

تشابه مثلثين ABC , ADE

مرشح مخروطي قاعدته افقية وراسه للاسفل ارتفاعه 24cm وطول قاعدته 16cm يصب فيه ماء بمعدل $5cm^3/s$ بينما يتسرب منه السائل بمعدل $1cm^3/s$ جد معدل تغير نصف قطر السائل في اللحظة التي يكون نصف القطر 3cm

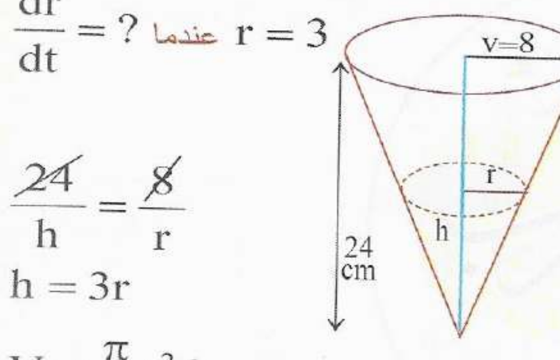
2019 دور (2) تطبيقي

Sol:

$$\frac{dv}{dt} = 5 - 1 = 4$$

$$2r = 16 \Rightarrow r = 8$$

$$\frac{dr}{dt} = ? \text{ عندما } r = 3$$



$$\frac{24}{h} = \frac{8}{r}$$

$$h = 3r$$

$$V = \frac{\pi}{3}r^2.h$$

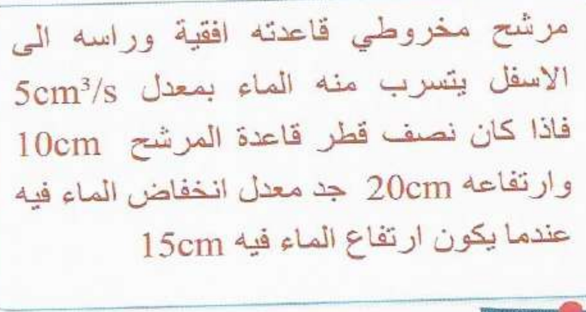
$$V = \frac{\pi}{3}r^2(3r) \Rightarrow \frac{\pi}{3}(3r^3)$$

$$V = \pi r^3$$

$$\frac{dv}{dt} = \pi 3r^2\frac{dr}{dt}$$

$$4 = \pi 3(3)^2.\frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{4}{27\pi}\ cm/s$$


مرشح مخروطي قاعدته افقية وراسه الى الاسفل يتسرب منه الماء بمعدل $5cm^3/s$ فاذا كان نصف قطر قاعدة المرشح 10cm وارتفاعه 20cm جد معدل انخفاض الماء فيه عندما يكون ارتفاع الماء فيه 15cm

2017 دور (2) تطبيقي - داخل

Sol :

$r =$ نفرض نصف قطر السائل

$h =$ نفرض ارتفاع السائل

$v =$ حجم المخروط

$$\frac{dv}{dt} = -5 \ cm^3/s$$

$$\frac{20}{h} = \frac{10}{r}$$

$$20r = 10h$$

$$2r = h$$

$$r = \frac{1}{2}h$$

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$v = \frac{1}{3}\pi(\frac{1}{2}h)^2 h$$

$$v = \frac{\pi}{12}h^3$$

تشابه مثلثين ABC , ADE

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{4}h^2\frac{dh}{dt}$$

$$-5 = \frac{\pi}{4}(15)^2\frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-20}{225\pi} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{-4}{45\pi} \ cm/s$$

يراد ملئ خزان على شكل مخروط دائري قائم رأسه الى الاسفل ، طول نصف قطر قاعدته يساوي 5m وارتفاعه يساوي 10cm فاذا كان معدل ملئ الماء فيه $2m^3/min$ جد سرعة ارتفاع الماء فيه عندما يكون ارتفاع الماء يساوي (6m) .

2018 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$r =$ نفرض نصف قطر السائل

$h =$ نفرض ارتفاع السائل

$v =$ حجم المخروط

$$\frac{dv}{dt} = 5 \quad m^3/min$$

$$\frac{10}{h} = \frac{5}{r}$$

$$10r = 5h$$

$$2r = h$$

$$r = \frac{1}{2}h$$

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

نعوض (1)

$$v = \frac{1}{3}\pi(\frac{1}{2}h)^2 h$$

ABC , ADE تشابه مثلثين

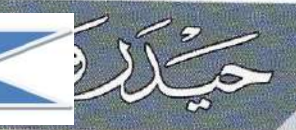
$$v = \frac{\pi}{12}h^3$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{4}h^2\frac{dh}{dt}$$

$$2 = \frac{\pi}{4}(36)\frac{dh}{dt}$$

$$2 = 9\pi\frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{2}{9\pi} \ m/min$$



مرشح مخروطي قاعدته افقية وراسه الى الاسفل وارتفاعه 24cm وطول قطر قاعدته 16cm يصب فيه سائل بمعدل $5cm^3/s$ ويتسرب منه سائل بمعدل $1cm^3/s$ احسب معدل تغير في نصف قطر السائل عندما يكون نصف قطر 6cm

2012 نازحين

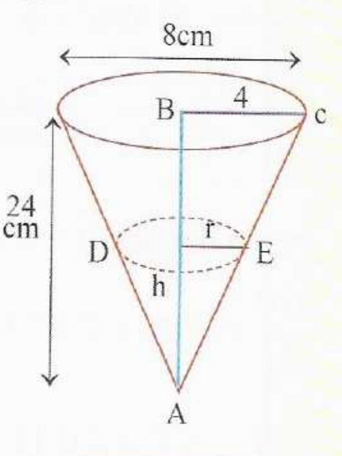
Sol:

$$\frac{dv}{dt}=5-1=4\ cm^3/s$$

r = نفرض نصف قطر السائل

h = نفرض ارتفاع السائل

v = حجم المخروط



تشابه مثلثين ABC , ADE

$$\frac{24}{h}=\frac{8}{r}$$

$$[24r=8h]\div 8$$

$$h=3r$$

$$v=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$v=\frac{1}{3}\pi r^2(3r)$$

$$v=\pi r^3$$

$$\frac{dv}{dt}=3\pi r^2\frac{dr}{dt}$$

$$4=3\pi(6)^2\frac{dr}{dt}$$

$$4=3\pi(36)\frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt}=\frac{\cancel{4}\,1}{3\pi(\cancel{36}\,9)}\Rightarrow\frac{dr}{dt}=\frac{1}{27\pi}\ cm/s$$

تتدحرج كرة صلدة على ارض جليدية نصف قطرها (3cm) بحيث يزداد حجمها محافظاً على شكله الكروي $(2cm^3/s)$ جد المعدل الزمني لزيادة سمك الجليد في اللحظة التي يكون فيها سمك الجليد (1cm) .

2018 دور (3) احيائي - داخل

Sol:

x = نفرض سمك الجليد

$\frac{dx}{dt}=$ معدل تغير سمك الجليد , $\frac{dv}{dt}=2\ cm^3/s$

حجم الجليد = حجم الكرة مع الجليد - حجم الكرة بدون جليد

$$v=\frac{4\pi}{3}(3+x)^3-\frac{4\pi}{3}(3)^3$$

(مع جليد ، بدون جليد)

$$\frac{dv}{dt}=4\pi(3+x)^2\frac{dx}{dt}-0$$

$$2=4\pi(3+1)^2\frac{dx}{dt}$$

$$2=4\pi(16)\frac{dx}{dt}$$

$$2=64\pi\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt}=\frac{2}{64\pi}$$

$$\frac{dx}{dt}=\frac{1}{32\pi}\ cm/s$$

مع جليد

بدون جليد

معدل ازدياد سمك الجليد

كرة صلدة نصف قطرها (4cm) مغطاة بطبقة من الجليد بحيث يبقى شكلها كرة ، فاذا بدأ الجليد بالذوبان بمعدل $10cm^3/s$ جد معدل نقصان سمك الجليد في اللحظة في اللحظة التي يكون فيها سمك الجليد 1cm .

2019 دور (1) تطبيقي

Sol:

$$r = 4\ ,\ \frac{dv}{dt} = -10$$

$$\frac{dr}{dt} = ?\quad \text{عندما}\quad r = 1$$

حجم الجليد = حجم الشكل مع الجليد - حجم الاصلي بدون جليد

$$V = \frac{4}{3}\pi(4+x)^3 - \frac{4}{3}\pi(4)^3$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{4}{\not 3}\pi(\not 3)(4+x)^2(1)\frac{dx}{dt} - 0$$

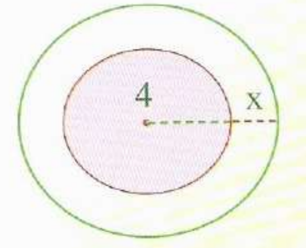
$$\frac{dv}{dt} = 4\pi(4+x)^2\frac{dx}{dt}$$

$$-10 = 4\pi(4+1)^2.\frac{dx}{dt}$$

$$-10 = 4\pi(5)^2.\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-10}{4\pi(25)} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{-10}{100\pi}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-1}{10\pi}\,cm/s$$



مكعب صلد طول حرفه 8cm مغطى بطبقة من الجليد بحيث يحافظ على شكله مكعباً ، فاذا بدأ الجليد يذوب بمعدل $6cm^3/s$ فجد معدل النقصان في السمك الجليد في اللحظة التي يكون فيها سمك الجليد 1cm .

2011 خارج القطر
2014 خارج القطر
2018 دور (3) تطبيقي- داخل

Sol:

x = نفرض سمك الجليد

$$\frac{dx}{dt} = \text{معدل نقصان سمك الجليد}\ ,\ \frac{dx}{dt} = ?$$

$$\frac{dv}{dt} = -6\ cm^3/s$$

حجم الجليد = حجم المكعب مع الجليد - حجم المكعب بدون جليد

$$v = (8+2x)^3 - (8)^3$$

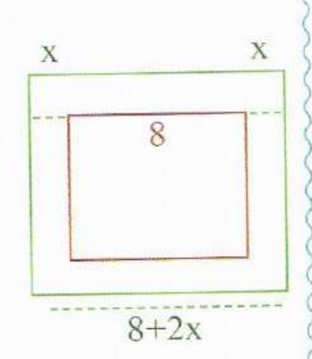
$$\frac{dv}{dt} = 3(8+2x)^2(2)\frac{dx}{dt} - 0$$

$$-6 = 3(8+2(1))^2(2)\frac{dx}{dt}$$

$$-6 = 600\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-6}{600}$$

$$\frac{dx}{dt} = -0.01\ cm/s$$



مبرهنة رول

1

بين ان الدالة $f(x)=(x-1)^4$ تحقق مبرهنة رول على الفترة $x\in[-1,3]$ ثم جد قيمة c حيث ان $f'(c)=0$

2011 دور (1)
2018 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol:

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,3]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,3)$ لانها كثيرة الحدود

3) $f(a)=f(-1)=(-1-1)^4=(-2)^4=16$

$f(b)=f(3)=(3-1)^4=(2)^4=16$

$f(a)=f(b)$

$f(x)=(x-1)^4$

$f'(x)=4(x-1)^3 \ (1)\Rightarrow f'(x)=4(x-1)^3$

$f'(c)=4(c-1)^3$

$\left[0=4(c-1)^3\right]\div 4$

$0=(c-1)^3$ بالجذر التكعيبي

$c-1=0$

$c=1\in(-1,3)$

2

ابحث تحقق مبرهنة رول للدالة التالية وان تحققت جد قيمة c

$f(x)=2x+\frac{2}{x}, x\in\left[\frac{1}{2},2\right]$

2012 خارج القطر

Sol:

$x=0\notin\left[\frac{1}{2},2\right]$

1) الدالة مستمرة على الفترة $\left[\frac{1}{2},2\right]$ لان الفترة تقع ضمن مجالها $R/\{0\}$

لايحاسب عليها الطالب

$f(k)=2k+\frac{2}{k}$

$\text{Lim } f(x)=2k+\frac{2}{k}$

2) $f'(x)=2-2x^{-2}$

$=2-\frac{2}{x^2}$

$x^2=0\Rightarrow x=0\notin(\frac{1}{2},2)$

$\because$ الدالة قابلة للأشتقاق في الفترة $(\frac{1}{2},2)$

3) $f(a)=f(\frac{1}{2})=2(\frac{1}{2})+\frac{2}{\frac{1}{2}}$

$=1+4=5$

$f(b)=f(2)=2(2)+\frac{2}{2}$

$=4+1=5$

$f(a)=f(b)$

$$f'(x)=2-\frac{2}{x^2}$$

$$f'(c)=2-\frac{2}{c^2}$$

$$0=2-\frac{2}{c^2}\Rightarrow\frac{2}{c^2}=2$$

$$2c^2=2\Rightarrow c^2=1\overset{\text{بالجذر}}{\Rightarrow}c=\pm1$$

$$c=-1\notin(\frac{1}{2},2)$$

$$c=1\in(\frac{1}{2},2)$$

باستخدام مبرهنة رول جد قيمة c للدالة

$f(x)=x^4+2x^2$ حيث $x\in[-2,2]$

3

2013 دور (2)

Sol:

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-2,2]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-2,2)$ لانها كثيرة الحدود

3) $f(a)=f(-2)=(-2)^4+2(-2)^2$

$$f(-2)=16+8=24$$

$$f(b)=f(2)=(2)^4+2(2)^2$$

$$f(2)=16+8=24$$

$$f(a)=f(b)$$

$$f(x)=x^4+2x^2$$

$$f'(x)=4x^3+4x$$

$$f'(c)=4c^3+4c$$

$$4c^3+4c=0$$

$4c(c^2+1)=0$ (عامل مشترك)

أما $4c=0$

$$c=0\in(-2,2)$$

أو $c^2+1=0$ يهمل $\notin R$

ابحث تحقق مبرهنة رول للدالة التالية وان تحققت جد قيمة c

4

$f(x)=9x+3x^2-x^3:x\in[-1,1]$

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,1]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,1)$ لانها كثيرة الحدود

3) $f(a)=f(-1)=-9+3+1=-5$

$$f(b)=f(1)=9+3-1=11$$

$\because f(a)\neq f(b)$ نظرية رول غير متحققة لعدم تحقق الشرط الثالث

2013 خارج القطر

5

هل ان $h(x)$ تحقق مبرهنة رول على الفترة $[-1,1]$ ؟ وان تحققت جد قيمة c حيث ان $h(x)=x^3-x$

2014 دور (2) — 2016 دور (2) خارج — 2020 تمهيدي تطبيقي

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,1]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,1)$ لانها كثيرة الحدود

$$h(-1)=-1+1=0$$

$$h(1)=1-1=0$$

$$h'(x)=3x^2-1$$

$$h'(c)=3c^2-1$$

$$0=3c^2-1 \Rightarrow 3c^2=1$$

$$c^2=\frac{1}{3}$$

$$c=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$c=\frac{1}{\sqrt{3}}\in(-1,1)$$

or

$$c=\frac{-1}{\sqrt{3}}\in(-1,1)$$

6

$f(x)=ax^2-4x+5$ دالة تحقق مبرهنة رول على الفترة $[-1,b]$ فاذا كانت $c=2$, $c\in(-1,b)$ فجد قيمتي $a,b\in R$

2014 خارج القطر

Sol :

$\because$ مبرهنة رول متحققة

$$f(a)=f(b)$$

$$f(-1)=f(b)$$

$$f(-1)=a+4+5=a+9$$

$$f(b)=ab^2-4b+5$$

$$ab^2-4b+5=a+9........(1)$$

$$f'(x)=2ax-4$$

$$f'(c)=0 \Rightarrow 2ac-4=0$$

$$2a(2)-4=0$$

$$4a=4$$

$$a=1$$

نعوضها في (1)

$$b^2-4b+5=1+9$$

$$b^2-4b+5-10=0$$

$$b^2-4b-5=0$$

$$(b-5)(b+1)=0$$

ether $b-5=0 \Rightarrow b=5$

or $b+1=0 \Rightarrow b=-1$ يهمل

7

اثبت ان الدالة $f(x)=(2-x)^2$ حيث $x\in[0,4]$ تحقق مبرهنة رول ثم جد قيمة (c) ؟

Sol :

1) الدالة مستمرة على الفترة $[0,4]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(0,4)$ لانها كثيرة الحدود

3)

$$f(a)=f(0)=(2-0)^2=4$$

$$f(b)=f(4)=(2-4)^2=4$$

$$f(a)=f(b)$$

$$f'(x)=2(2-x)(-1)$$

$$f'(c)=-4+2c$$

$$0=-4+2c\Rightarrow 2c=4$$

$$c=2\in(0,4)$$

2015 تمهيدي

2017 دور (2) تطبيقي - موصل

2020 دور (1) احيائي

8

هل نحقق مبرهنة رول ؟ وان برهنتها جد قيمة c

$f(x)=x^2-3x\ ,\ x\in[-1,4]$

2017 تمهيدي تطبيقي

1) الاستمرارية : الدالة مستمرة على الفترة المغلقة $[-1,4]$ لانها كثيرة الحدود

2) قابلة للاشتقاق : الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-1,4)$ لانها كثيرة الحدود

3)

$$f(a)=f(-1)=(-1)^2-3(-1)$$

$$=1+3=4$$

$$f(b)=f(4)=(4)^2-3(4)$$

$$=16-12=4$$

$$f'(x)=2x-3$$

$$f'(c)=2c-3$$

$$2c-3=0$$

$$2c=3$$

$$c=\frac{3}{2}\in(-1,4)$$

برهن ان الدالة $f(x) = x^3 - 1$ على الفترة $[-1,1]$ تحقق مبرهنة رول ثم جد قيمة c .

9 — 2017 دور (2) احيائي - خارج

Sol :

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,1]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,1)$ لانها كثيرة الحدود

3) $f(a) = f(-1) = -1 - 1 = -2$

$f(b) = f(1) = 1 - 1 = 0$

$\because f(a) \neq f(b)$

لايمكن تحقق مبرهنة رول

ملاحظة السؤال السابق فيه خطأ لغوي لان كلمة برهن تشير الى وجوب تحقق مبرهنة رول وفي هذا السؤال نجد ان مبرهنة رول غير متحققة بسبب عدم تساوي الصور . وعليه يجب اعادة صياغة السؤال او استبدال كلمة برهن بكلمة ((هل)) او تضاف الى كلمة ((برهن)) كلمات ((فيما اذا كان))

اذا كانت $f(x) = x^3 - ax + 4$ دالة تحقق شروط مبرهنة رول على الفترة $[-1,b]$ وكانت $c = 3$ تنتمي الى الفترة $[-1,b]$ جد $a, b \in R$

10 — 2018 دور (2) تطبيقي

Sol :

$f'(x) = 2x - a$

$f'(c) = 2c - a$

$2c - a = 0$ عند $c = 3$

$2(3) - a = 0$

$6 - a = 0 \Rightarrow a = 6$

$f(x) = x^2 - 6x + 4$

$\because$ الدالة تحقق الشروط

$\therefore f(a) = f(b)$

$f(-1) = f(b)$

$(-1)^2 - 6(-1) + \not{4} = b^2 - 6b + \not{4}$

$1 + 6 = b^2 - 6b$

$b^2 - 6b - 7 = 0$

$(b-7)(b+1) = 0$

اما $b + 1 = 0 \Rightarrow b = -1$ يهمل

$b - 7 = 0 \Rightarrow b = 7$

ابحث تحقق مبرهنة رول للدالة التالية وان تحققت جد قيمة c

$$f(x)=\cos 2x+2\cos x, x\in[0,2\pi]$$

2018 دور (1) تطبيقي



Sol :

1) الدالة مستمرة على الفترة $[0,2\pi]$

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(0,2\pi)$

3)
$$f(0)=\cos 0+2\cos 0$$
$$=1+2=3$$
$$f(2\pi)=\cos 4\pi+2\cos 2\pi$$
$$=1+2=3$$
$$f(a)=f(b)$$
$$f'(x)=(-\sin 2x)2+2(-\sin x)$$
$$f'(x)=-2\sin 2x-2\sin x$$
$$f'(c)=-2\sin 2c-\sin c$$
$$[-2\sin 2c-2\sin c=0]\div -2$$
$$\sin 2c+\sin c=0$$

قانون نصف الزاوية

$$2\sin c.\cos c+\sin c=0$$
$$\sin c(2\cos c+1)=0$$

أما $\sin c=0 \begin{cases} c=0\notin(0,2\pi) \\ c=\pi\in(0,2\pi) \end{cases}$

أو $2\cos c+1=0$

$$\cos c=\frac{-1}{2}$$

$\frac{\pi}{3}$ زاوية الاسناد

اولاً الربع الثاني

$$c=\pi-\frac{\pi}{3}\Rightarrow c=\frac{2\pi}{3}\in(0,2\pi)$$

ثانياً الربع الثالث

$$c=\pi+\frac{\pi}{3}\Rightarrow c=\frac{4\pi}{3}\in(0,2\pi)$$

اذا كانت $f(x)=ax^2-6x+4$
تحقق مبرهنة رول على الفترة $[0,k]$
وان $f(-1)=11$ جد $a,k\in R$ ثم جد
(c) على تلك الفترة

12

2019 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol:

$f(-1)=11$

$a(-1)^2-6(-1)+4=11$

$a+6+4=11\Rightarrow a+10=11$

$a=1$

$f(x)=x^2-6x+4$

$\because$ الدالة تحقق الشروط

$\therefore f(a)=f(b)$ ، $[0,k]$ حيث $a=0$ ، $b=k$

$(0)^2-6(0)+4=k^2-6k+4$

$k^2-6k=0$

$k(k-6)=0$

اما $k=0$ يهمل

او $k-6=0\Rightarrow k=+6$

$f'(x)=2x-6$

$f'(c)=2c-6$

$2c-6=0$

$2c=6]\div 2$

$c=3\in(0,6)$

بين هل ان الدالة $x\in[-3,3]$,
$f(x)=x^3-9x$ تحقق مبرهنة رول.
ثم جد قيم c الممكنة

13

2020 دور (1) تطبيقي

Sol:

(1) الاستمرارية : الدالة مستمرة على الفترة المغلقة $[-3,3]$ لانها كثيرة الحدود

(2) قابلية الاشتقاق : الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-3,3)$ لانها كثيرة الحدود

(3) $f(a)=f(b)$

$f(a)=f(-3)=(-3)^3-9(-3)$

$-27+27=0$

$f(b)=f(3)=(3)^3-9(3)$

$=27-27$

$=0$

$\because f(a)=f(b)$

$\therefore$ تحقق الشروط

$f'(x)=3x^2-9$

$f'(c)=3c^2-9$

$3c^2-9=0]\div 3$

$c^2-3=0$

$c^2=3$

$c=\mp\sqrt{3}\in(-3,3)$



مبرهنة القيمة المتوسطة

1 ابحث تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^2-x+1$ على الفترة $[-1,2]$ وان تحققت جد قيمة c .

2012 دور (1)

Sol:

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,2]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,2)$ لانها كثيرة الحدود

3)
$$f(a)=f(-1)=1+1+1=3$$
$$f(b)=f(2)=4-2+1=3$$
$$f'(x)=2x-1$$
$$f'(c)=2c-1$$
$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$
$$2c-1=\frac{3-3}{2-(-1)}$$
$$2c-1=0$$
$$2c=1\Rightarrow c=\frac{1}{2}$$
$$c=\frac{1}{2}\in(-1,2)$$

2 برهن ان الدالة $f(x)=x^2-6x+4$ تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة وجد قيمة c على $[-1,7]$

2014 دور (1)

2015 دور (1)

Sol:

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,7]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,7)$ لانها كثيرة الحدود

3)
$$f(a)=f(-1)=1+6+4=11$$
$$f(b)=f(7)=49-42+4=11$$
$$f'(x)=2x-6$$
$$f'(c)=2c-6$$
$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

2016 دور(2) و (3) تطبيقي

$$2c-6=\frac{11-11}{7-(-1)}$$

2019 دور(2) و (3) تطبيقي

$$2c-6=0$$
$$2c=6$$
$$c=3\in(-1,7)$$

اذا كانت $f:[0,b] \Rightarrow R, f(x)=x^3-4x^2$

وكانت f تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة عند

$c=\frac{2}{3}$ جد قيمة b .

3

2014 تمهيدي خارج

2016 دور (1)

Sol :

$\because$ الدالة تحقق شروط مبرهنة القيمة المتوسطة

فانها مستمرة وقابلة للاشتقاق

وتحقق $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

2018 دور (1) احيائي

$f(a)=f(0)=0$

$f(b)=b^3-4b^2$

$f'(x)=3x^2-8x$

2017 تمهيدي احيائي

$f'(c)=3c^2-8c$

$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$3c^2-8c=\frac{b^3-4b^2-0}{b-0}$

$3(\frac{2}{3})^2-8(\frac{2}{3})=\frac{b(b^2-4b)}{b}$

$\frac{4}{3}-\frac{16}{3}=b^2-4b$

$\frac{-12}{3}=b^2-4b$

$b^2-4b=-4$

$b^2-4b+4=0$

$(b-2)(b-2)=0$

$b=2$

هل بالامكان تطبيق مبرهنة القيمة المتوسطة

على الدالة $f(x)=x^2-4x+5$ ضمن

الفترة $[-1,5]$

4

2014 دور (4) ايار

Sol :

1) الدالة مستمرة على الفترة $[-1,5]$ لانها كثيرة الحدود

2) الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1,5)$ لانها كثيرة الحدود

3) $f(a)=f(-1)=1+4+5=10$

$f(b)=f(5)=25-20+5=10$

$f'(x)=2x-4$

$f'(c)=2c-4$

$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$2c-4=\frac{10-10}{5-(-1)}$

$2c-4=0 \Rightarrow 2c=4$

$c=2\in(-1,5)$



اختبر امكانية تطبيق مبرهنة القيمة المتوسطة على الدالة الاتية وان تحققت جد قيمة c

$f(x)=x^2-4x+5 \ , \ x\in[-1,2]$

5

2016 دور (3) خارج القطر

1) الاستمرارية : الدالة مستمرة على الفترة المغلقة $[-1,2]$ لانها كثيرة الحدود

2) قابلة للاشتقاق : الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-1,2)$ لانها كثيرة الحدود

3)

$$f(a)=f(-1)$$
$$=(-1)^2-(4)(-1)+5=1+4+5$$
$$f(-1)=10$$
$$f(b)=f(2)=(2)^2-(4)(2)+5$$
$$=4-8+5=1$$
$$f'(x)=2x-4$$
$$f'(c)=2c-4$$
$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$
$$2c-4=\frac{1-10}{2+1}$$
$$2c-4=\frac{-9}{3}$$
$$2c-4=-3$$
$$2c=-3+4$$
$$2c=1\Rightarrow c=\frac{1}{2}\in(-1,2)$$

اذا كانت $f(x)=x^2-2x$ وكانت الدالة $f:[0,n]\Rightarrow R$ وتحقق مبرهنة القيمة المتوسطة عند $c=5$ جد قيمة n .

6

2017 دور (3) تطبيقي - داخل

Sol :

∵ الدالة تحقق شروط مبرهنة القيمة المتوسطة فانها مستمرة وقابلة للاشتقاق

وتحقق $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$$f(a)=f(0)=0$$
$$f(b)=f(n)=n^2-2n$$
$$f'(x)=2x-2$$
$$f'(c)=2c-2$$
$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$
$$2c-2=\frac{n^2-2n-0}{n-0}$$
$$2(5)-2=\frac{n(n-2)}{n}$$
$$8=n-2$$
$$n=10$$

7 اختبر امكانية تطبيق مبرهنة القيمة المتوسطة للدالة على الفترة المعطاة للدالة وان تحقق فجد قيم c الممكنة حيث :

$$f(x)=\frac{4}{x+2} \ , \ x\in[-1,2]$$

2019 تمهيدي احيائي

1) الاستمرارية :

$x+2=0 \Rightarrow$

$x=-2\notin[-1,2]$

∴ الدالة مستمرة على الفترة

2) قابلة للاشتقاق :

$$f'(x)=\frac{-4}{(x+2)^2} \Rightarrow (x+2)^2=0$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2\notin(-1,2)$$

الدالة قابلة للاشتقاق

3)

$$f(a)=\frac{4}{-1+2}=\frac{4}{1}=4$$

$$f(b)=\frac{4}{2+2}=\frac{4}{4}=1$$

$$f'(c)=\frac{-4}{(c+2)^2}$$

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

$$\frac{-4}{(c+2)^2}=\frac{1-4}{2-(-1)}$$

$$\frac{\cancel{-}4}{(c+2)^2}=\frac{\cancel{-3}}{\cancel{3}}$$

$(c+2)^2=4$ بالجذر

$c+2=\mp2$

اما $c+2=-2 \Rightarrow c=-4\notin(-1,2)$

او $c+2=2 \Rightarrow c=0\in(-1,2)$





نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة (التقريب)

1 جد باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة تقريباً مناسباً للعدد $\sqrt[4]{80}$

1996 دور (2)

Sol:

$f(x)=\sqrt[4]{x}=x^{\frac{1}{4}}$

$a=81\ ,\ b=80$

$h=b-a=80-81=-1$

$f(a)=f(81)=\sqrt[4]{81}=3$

$f'(x)=\frac{1}{4}x^{\frac{-3}{4}}=\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$

$f(a)=\frac{1}{4\sqrt[4]{(81)^3}}=\frac{1}{4(3)^3}$

$=\frac{1}{4(27)}=\frac{1}{108}$

$=0.009$

$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$

$=3+(-1)(0.009)$

$=6-0.009$

$=2.991$

2 لتكن $f(x)=\sqrt[3]{2x+6}$ جد $f(1.02)$ بصورة تقريبية

1998 دور (2)

2015 دور (4) رصافة

Sol:

$f(x)=\sqrt[3]{2x+6}$

$f(x)=(2x+6)^{\frac{1}{3}}$

let $a=1\ ,\ b=1.02$

$h=b-a$

$h=1.02-1=0.02$

$f(a)=\sqrt[3]{8}=2$

$f'(x)=\frac{1}{3}(2x+6)^{-\frac{2}{3}}(2)$

$=\frac{2}{3\sqrt[3]{(2x+6)^2}}$

$f'(a)=\frac{2}{3\sqrt[3]{(2a+6)^2}}$

$f'(a)=\frac{2}{3\sqrt[3]{(2(1)+6)^2}}=\frac{2}{3(4)}$

$=\frac{1}{6}=0.16$

$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$

$f(1.02)\simeq 2+(0.02)(0.16)$

$\simeq 2+(0.0032)$

$\simeq 2.0032$



جد باستخدام التفاضلات وبصورة تقريبية $\sqrt[3]{126}$

3

2001 دور (2)

2016 تمهيدي

Sol:

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

let $a=125$, $b=126$

$$h=b-a$$

$$h=126-125=1$$

$$f(a)=\sqrt[3]{125}=5$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(125)^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{(3)(25)}$$

$$f'(a)=\frac{1}{75}=0.013$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 5+(0.013)(1)$$

$$\simeq 5.013$$

لتكن $f(x)=\sqrt{4x+5}$ جد $f(1.001)$ بصورة تقريبية

4

2002 دور (2)

Sol:

$$f(x)=(4x+5)^{\frac{1}{2}}$$

let $a=1$, $b=1.001$

$$h=b-a$$

$$h=1.001-1=0.001$$

$$f(a)=\sqrt{4+5}=\sqrt{9}=3$$

$$f'(x)=\frac{1}{2}(4x+5)^{-\frac{1}{2}}(4)$$

$$=\frac{4}{2\sqrt{4x+5}}=\frac{2}{\sqrt{4x+5}}$$

$$f'(a)=\frac{2}{\sqrt{4a+5}}=\frac{2}{\sqrt{4+5}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}=0.6$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 3+(0.001)(0.6)$$

$$\simeq 3.0006$$



جد باستخدام التفاضلات وبصورة تقريبية $\sqrt{99}$

5

2003 دور (1)

Sol :

$f(x)=\sqrt{x}$

let $a=100$, $b=99$

$h=b-a \Rightarrow h=99-100=-1$

$f(a)=\sqrt{100}=10$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(a)=\frac{1}{2\sqrt{a}}=\frac{1}{2\sqrt{100}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{20}=0.05$$

$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$

$\simeq 10+(-1)(0.05)\simeq 9.95$

لتكن $f(x)=\sqrt[3]{3x+5}$ جد $f(1.001)$ بصورة تقريبية باستخدام التفاضلات .

6

2004 دور (1)

Sol :

$f(x)=(3x+5)^{\frac{1}{3}}$

let $a=1$, $b=1.001$

$h=b-a$

$h=1.001-1=0.001$

$f(a)=\sqrt[3]{3+5}=\sqrt[3]{8}=2$

$$f'(x)=\frac{1}{3}(3x+5)^{-\frac{2}{3}}(3)$$

$$=\frac{1}{\sqrt[3]{(3x+5)^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{\sqrt[3]{(3a+5)^2}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt[3]{(3(1)+5)^2}}=\frac{1}{\sqrt[3]{(8)^2}}$$

$$=\frac{1}{4}=0.25$$

$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$

$f(1.001)\simeq 2+(0.001)(0.25)$

$\simeq 2+0.00025$

$\simeq 2.00025$

7 — 2004 دور (2)

جد القيمة التقريبية للمقدار $\sqrt[3]{0.12}$

Sol:

$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$

$a = 0.125 \ , \ b = 0.120$

$h = b - a$

$= 0.120 - 0.125$

$= -0.005$

$f(a) = \sqrt[3]{0.125} = 0.5$

$f'(x) = \frac{1}{3} x^{\frac{-2}{3}}$

$= \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

$f'(a) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(0.125)^2}}$

$= \frac{1}{3(0.5)^2} = \frac{1}{(0.75)}$

$= 1.333$

$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$

$= 0.5 + (-0.005)(1.333)$

$= 0.5 - 0.006665$

$= 0.49335$

8 — 2005 دور (2)

لتكن $f(x) = \sqrt{3x+1}$ جد $f(1.001)$ بصورة تقريبية

Sol:

$f(x) = (3x+1)^{\frac{1}{2}}$

let $a = 1 \ , \ b = 1.001$

$h = b - a$

$h = 1.001 - 1 = 0.001$

$f(a) = \sqrt{3x+1} = \sqrt{4} = 2$

$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$

$f'(a) = \frac{3}{2\sqrt{3a+1}} = \frac{3}{2\sqrt{3+1}}$

$= \frac{3}{4} = 0.75$

$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$

$\simeq 2 + (1.001)(0.75)$

$\simeq 2.00075$

جد بصورة تقريبية للعدد $\sqrt[3]{26}$ باستخدام التفاضلات

9

2016 تمهيدي
2006 دور (1)

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

let $a=27$, $b=26$

$$h=b-a\Rightarrow h=26-27=-1$$

$$f(a)=\sqrt[3]{27}=3$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\Rightarrow f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(27)^2}}\Rightarrow f'(a)=\frac{1}{27}$$

$$f'(a)=0.037$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 3+(-1)(0.037)$$

$$\simeq 2.963$$

باستخدام التفاضلات جد قيمة التقريبية للعدد $\sqrt[3]{-9}$

10

2006 دور (2)

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}$$

let $a=-8$, $b=-9$

$$h=b-a\Rightarrow h=-9+8=-1$$

$$f(a)=\sqrt[3]{-8}=-2$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\Rightarrow f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(-8)^2}}=\frac{1}{12}=0.083$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq -2+(-1)(0.083)\simeq -2.083$$

باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة جد القيمة التقريبية $\sqrt[3]{7.98}$

11

2007 دور (2)
2020 تمهيدي احيائي

Sol :

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

$$a=8\ ,\ b=7.98$$

$$h=b-a=7.98-8$$

$$h=-0.02$$

$$f(a)=\sqrt[3]{8}=2$$

$$f'(x)=\frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(8)^2}}=\frac{1}{3(2)^2}$$

$$=\frac{1}{3(4)}=\frac{1}{12}=0.083$$

$$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$$

$$=2+(-0.02)(0.83)$$

$$=2-0.00166$$

$$=1.99834$$

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt{143}$ **12**

2008 تمهيدي

Sol:

$f(x)=\sqrt{x}$

let $a=144$, $b=143$

$h=b-a \Rightarrow h=143-144=-1$

$f(a)=\sqrt{144}=12$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(a)=\frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{2\sqrt{144}}=\frac{1}{24}\simeq 0.04$$

$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$

$\simeq 12+(-1)(0.04)\simeq 11.96$

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt{0.98}$ **13**

2008 دور (1)

Sol:

$f(x)=\sqrt{x}$

let $a=1$, $b=0.98$

$h=b-a \Rightarrow h=0.98-1=-0.02$

$f(a)=\sqrt{1}=1$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(a)=\frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$f'(1)=\frac{1}{2\sqrt{1}}=\frac{1}{2}=0.5$$

$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$

$\simeq f(a)+h.f'(a)$

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt[4]{13.86}$ **14**

2008 دور (2) خارج

Sol:

$f(x)=\sqrt[4]{x}$

let $a=16$, $b=13.86$

$h=b-a \Rightarrow h=13.86-16=-2.14$

$f(a)=\sqrt[4]{16}=2$

$$f'(x)=\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}} \Rightarrow f'(a)=\frac{1}{4\sqrt[4]{a^3}}$$

$$f'(16)=\frac{1}{4\sqrt[4]{(16)^3}}=\frac{1}{32}\simeq 0.031$$

$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$

$\simeq 2+(-2.14)(0.031)$

$\simeq 2-0.0663\simeq 1.934$

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt[3]{25.97}$

15

2013 دور (1)

2008 دور (2)

Sol :

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

let $a = 27$, $b = 25.97$

$$h = b - a \Rightarrow h = 25.97 - 27$$

$$h = -1.03$$

$$f(a) = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(27) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(27)^2}}$$

$$f'(27) = \frac{1}{3(9)}$$

$$f'(27) = \frac{1}{27} \simeq 0.04$$

$$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$$

$$\simeq 3 + (-1.03)(0.04)$$

$$\simeq 3 - 0.0412$$

$$\simeq 2.9588$$

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt{15^{-1}}$



16

2009 تمهيدي

2017 دور (1) تطبيقي خارج

Sol :

$$f(x) = \sqrt{x^{-1}} = x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

let $a = 16$, $b = 15$

$$h = b - a \Rightarrow h = 15 - 16 = -1$$

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = \frac{-1}{2\sqrt{x^3}}$$

$$f'(a) = -\frac{1}{2}a^{-\frac{3}{2}} = \frac{-1}{2\sqrt{a^3}}$$

$$f'(a) = \frac{-1}{2\sqrt{(16)^3}} = \frac{-1}{128} \simeq -0.007$$

$$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$$

$$\simeq 0.25 + (-1)(-0.007)$$

$$\simeq 0.25 + 0.007 \simeq 0.257$$

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt[4]{0.008}$



17

2009 دور (1)

Sol:

$f(x)=\sqrt[4]{x}$

$f(x)=x^{\frac{1}{4}}$, let $a=0.0081$

$b=0.0080$

$h=b-a \Rightarrow h=0.0080-0.0081$

$h=-0.0001$

$f(a)=\sqrt[4]{0.0081}=0.3$

$f'(x)=\dfrac{1}{4\sqrt[4]{x^3}} \Rightarrow f'(a)=\dfrac{1}{4\sqrt[4]{a^3}}$

$f'(0.0081)=\dfrac{1}{4\sqrt[4]{(0.0081)^3}}=\dfrac{1}{4(0.027)}$

$f'(0.0081)=\dfrac{1}{0.108}\simeq 9$

$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$

$\simeq 0.3-(-0.0001)(9)$

$\simeq 0.2991$

باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة جد القيمة التقريبية $\sqrt[4]{82}$

18

2010 دور (2)

Sol:

$f(x)=\sqrt[4]{x}=x^{\frac{1}{4}}$

$a=81$, $b=82$

$h=b-a=82-81$

$h=1$

$f(a)=\sqrt[4]{81}=3$

$f'(x)=\dfrac{1}{4}x^{\frac{-3}{4}}$

$=\dfrac{1}{4\sqrt{x^3}}$

$f'(a)=\dfrac{1}{4\sqrt[4]{(81)^3}}=\dfrac{1}{4(3)^3}$

$=\dfrac{1}{4(27)}=\dfrac{1}{108}$

$=0.009$

$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$

$=3+(1)(0.009)$

$=3.009$

جد بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات $\sqrt[3]{7.8}$

19

2011 دور (1)

Sol :

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

let $a = 8 , b = 7.8$

$$h = b - a \Rightarrow h = 7.8 - 8 = -0.2$$

$$f(a) = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f'(a) = \frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(8)^2}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{12}$$

$$f'(a) = 0.083$$

$$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$$

$$\simeq 2 + (-0.2)(0.083)$$

$$\simeq 1.9834$$

جد بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة $\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$

20

2011 خارج القطر

2014 تمهيدي

Sol :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$$

let $a = 8 , b = 9$

$$h = b - a$$

$$h = 9 - 8 = 1$$

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$f'(x) = \frac{-1}{3\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow f'(a) = \frac{-1}{3\sqrt[3]{a^4}}$$

$$f'(8) = \frac{-1}{3\sqrt[3]{(8)^4}} = \frac{-1}{3(16)}$$

$$f'(8) = \frac{-1}{48} = -0.0208$$

$$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$$

$$\simeq 0.5 + (1)(-0.0208)$$

$$\simeq 0.4792$$

باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة جد $\sqrt[3]{63}$ بصورة تقريبية **21**

2012 تمهيدي

Sol :

$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$

let $a = 64$, $b = 63$

$h = b - a \Rightarrow h = 63 - 64 = -1$

$f(a) = \sqrt[3]{64} = 4$

$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow f'(a) = \frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$

$f'(64) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(64)^2}} = \frac{1}{3(16)} = \frac{1}{48}$

$f'(64) \simeq 0.0208$

$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$

$\simeq 4 + (-1)(0.0208)$

$\simeq 3.9792$

باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة جد $\sqrt{\frac{1}{2}}$ بصورة تقريبية **22**

2012 دور (2)

2014 دور (2)

Sol:

$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

let $a = 0.49$, $b = 0.50$

$h = b - a \Rightarrow h = 0.50 - 0.49$

$h = 0.01$

$f(a) = \sqrt{0.49} = 0.7$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}$

$f'(0.49) = \frac{1}{2\sqrt{0.49}} = \frac{1}{1.4} = 0.7142$

$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$

$\simeq 0.7 + (0.01)(0.7142)$

$\simeq 0.7 + 0.0071$

$\simeq 0.7071$

جد القيمة التقريبية للمقدار $\sqrt[3]{0.124}$

23

2013 تمهيدي

Sol:

$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$

$a=0.125\ ,\ b=0.124$

$h=b-a=0.124-0.125$

$h=-0.005$

$f(a)=\sqrt[3]{0.125}=0.5$

$f'(x)=\frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(0.125)^2}}$

$=\frac{1}{3(0.5)^2}=\frac{1}{3(0.25)}$

$=\frac{1}{0.75}=1.333$

$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$

$=0.5+(-0.005)(1.333)$

$=0.5-0.001333$

$=0.498667$

اذا علمت ان $f(x)=\sqrt[5]{31x+1}$ جد بصورة تقريبية $f(1.01)$ باستخدام نتيجة القيمة المتوسطة.

24

2013 دور (1)

2018 دور (1) تطبيقي- خارج

Sol:

$f(x)=(31x+1)^{\frac{1}{5}}$

let $a=1\ ,\ b=1.01$

$h=b-a$

$h=1.01-1=0.01$

$f'(x)=\frac{1}{5}(31x+1)^{-\frac{4}{5}}(31)$

$f'(x)=\frac{31}{5\sqrt[5]{(31x+1)^4}}$

$f'(a)=\frac{31}{5\sqrt[5]{(31a+1)^4}}$

$=\frac{31}{5\sqrt[5]{(31+1)^4}}=\frac{31}{5(16)}$

$=\frac{31}{80}=0.3875$

$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$

$\simeq 2+(0.01)(0.3875)$

$\simeq 2+0.003875$

$\simeq 2.003875$

باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة جد القيمة التقريبية $(1.01)^5+3(1.01)^{\frac{1}{3}}+2$

25

2015 دور (1) خارج

Sol:

$$f(x)=x^5+3\sqrt[3]{x}+2=x^5+3x^{\frac{1}{3}}+2$$

let $a=1,\ b=1.01,\ f(a)=1+3+2=6$

$$h=b-a\Rightarrow h=1.01-1=0.01$$

$$f'(x)=5x^4+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a)=5a^4+\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$$

$$=5+1=6$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$f(a+h)\simeq 6+(0.01)(6)$$

$$\simeq 6.06$$

جد بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة $\sqrt{80}-\sqrt[4]{80}$

26

2016 دور (1) خارج

Sol:

$$f(x)=\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}=x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{4}}$$

let $a=81,\ b=80$

$$h=b-a$$

$$h=80-81=-1$$

$$f(a)=\sqrt{81}-\sqrt[4]{81}=9-3=6$$

$$f'(x)=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{2\sqrt{a}}-\frac{1}{4\sqrt[4]{a^3}}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{81}}-\frac{1}{4\sqrt[4]{(81)^3}}$$

$$=\frac{1}{18}-\frac{1}{108}=\frac{5}{108}\simeq 0.046$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 6+(-1)(0.046)$$

$$\simeq 5.954$$

27

جد القيمة التقريبية للمقدار $(15.6)^{-\frac{1}{4}}$

2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$$f(x) = x^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{x}}$$

let $a = 16 , b = 15.6$

$h = b - a$

$h = 15.6 - 16 = -0.4$

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt[4]{16}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$f'(x) = -\frac{1}{4}x^{-\frac{5}{4}} = \frac{-1}{4\sqrt[4]{x^5}}$$

$$f'(a) = \frac{-1}{4\sqrt[4]{a^5}} = \frac{-1}{4\sqrt[4]{(16)^5}} = \frac{-1}{4(32)}$$

$$= \frac{-1}{128} = -0.008$$

$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$

$\simeq 0.5 + (-0.4)(-0.008)$

$\simeq 0.5 + 0.0032$

$\simeq 0.5032$

28

جد بصورة تقريبية حسب نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة $\sqrt[5]{31^{-1}}$

2017 دور (3) تطبيقي- داخل

Sol :

$$f(x) = \sqrt[5]{x^{-1}} = x^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$$

let $a = 32 , b = 31$

$h = b - a \Rightarrow h = 31 - 32 = -1$

$$f(a) = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$f'(x) = -\frac{1}{5}x^{-\frac{6}{5}} = \frac{-1}{5\sqrt[5]{x^6}}$$

$$f'(a) = \frac{-1}{5\sqrt[5]{a^6}} = \frac{-1}{5\sqrt[5]{(32)^6}}$$

$$= \frac{-1}{4(64)} = \frac{-1}{320} = -0.003125$$

$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$

$\simeq 0.5 + (-1)(-0.003125)$

$\simeq 0.503125$

29 جد باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة تقريباً مناسباً للعدد $\frac{1}{\sqrt[5]{33}}$

2017 دور (2) تطبيقي- خارج

Sol :

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[5]{x}}=x^{-\frac{1}{5}}$$

let $a=32$, $b=33$

$$h=b-a \Rightarrow h=33-32=1$$

$$f(a)=\frac{1}{\sqrt[5]{32}}=\frac{1}{2}=0.5$$

$$f'(x)=-\frac{1}{5}x^{-\frac{6}{5}}=\frac{-1}{5\sqrt[5]{x^6}}$$

$$f'(a)=\frac{-1}{5\sqrt[5]{a^6}}=\frac{-1}{5\sqrt[5]{(32)^6}}$$

$$=\frac{-1}{5(64)}=\frac{-1}{320}=-0.003125$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 0.5+(1)(-0.003125)$$

$$\simeq 0.497$$

30 اذا كان $f(x)=x^3+3x^2+4x+5$ جد بصورة تقريبية $f(1.003)$

2017 دور (2) تطبيقي- خارج

Sol :

$$f(x)=x^3+3x^2+4x+5$$

let $a=1$, $b=1.003$

$$h=b-a \Rightarrow h=1.003-1=0.003$$

$$f(a)=1+3+4+5=13$$

$$f'(x)=3x^2+6x+4$$

$$f'(a)=3a^2+6a+4$$

$$=3+6+4=13$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$f(a+h)\simeq 13+(0.003)(13)$$

$$\simeq 13+0.039$$

$$\simeq 13.039$$

31 باستحدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة جد تقريباً مناسباً $\frac{1}{\sqrt[3]{28}}$

2018 دور (1) احيائي -خارج

Sol: $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}=x^{-\frac{1}{3}}$, let $a=27$, $b=28$

$$h=b-a \Rightarrow h=28-27=1\ ,\ f(a)=\frac{1}{\sqrt[3]{27}}=\frac{1}{3}=0.33$$

$$f'(x)=-\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}=\frac{-1}{3\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow f'(a)=\frac{-1}{3\sqrt[3]{a^4}}=\frac{-1}{3\sqrt[3]{(27)^4}}=\frac{-1}{243}=-0.004$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a) \Rightarrow \simeq 0.33+(+1)(-0.004)\simeq 0.326$$

32

باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة جد بصورة تقريبية ومقرباً لثلاث مراتب عشرية

$$\sqrt[5]{(0.98)^3} + (0.98)^4 + 3$$

2017 تمهيدي تطبيقي
2018 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$f(x) = \sqrt[5]{x^3} + x^4 + 3$$

$$= x^{\frac{3}{5}} + x^4 + 3$$

$$a = 1 \ , \ b = 0.98$$

$$h = b - a = 0.98 - 1$$

$$h = -0.02$$

$$f(a) = \sqrt[5]{(1)^3} + (1)^4 + 3$$

$$= 1 + 1 + 3 = 5$$

$$f'(x) = \frac{3}{5} x^{\frac{-2}{5}} + 4x^3$$

$$= \frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}} + 4x^3$$

$$f(a) = \frac{3}{5\sqrt[5]{(1)^2}} + 4(1)^3$$

$$= \frac{3}{5} + 4 = \frac{3 + 20}{5}$$

$$= \frac{23}{5} = 4.6$$

$$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$$

$$= 5 + (-0.02)(4.6)$$

$$= 5 - 0.092$$

$$= 4.908$$

33

اذا كانت $f(x) = \sqrt[5]{5x^2 + 12}$ جد باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة $f(1.97)$

2018 دور (2) احيائي - داخل

Sol :

$$f(x) = (5x^2 + 12)^{\frac{1}{5}}$$

let $a = 2 \ , \ b = 1.97$

$$h = b - a \Rightarrow h = 1.97 - 2 = -0.03$$

$$f(a) = \sqrt[5]{5(2)^2 + 12} = \sqrt[5]{32} = 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{5}(5x^2 + 12)^{-\frac{4}{5}}(10x)$$

$$= \frac{2x}{\sqrt[5]{(5x^2 + 12)^4}}$$

$$f'(a) = \frac{2a}{\sqrt[5]{(5a^2 + 12)^4}} = \frac{2(2)}{\sqrt[5]{(5(2)^2 + 12)^4}}$$

$$= \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$$

$$\simeq 2 + (-0.03)(0.25)$$

$$\simeq 2 - 0.0075$$

$$\simeq 1.9925$$

34

جد القيمة التقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة للمقدار $\sqrt[3]{26}+2$

2018 دور (2) احيائي - خارج

Sol:

$$f(x)=\sqrt[3]{x}+2=x^{\frac{1}{3}}+2$$

let $a=27$, $b=26$

$$h=b-a$$

$$h=26-27=-1$$

$$f(a)=\sqrt[3]{27}+2=3+2=5$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(27)^2}}=\frac{1}{27}=0.037$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 5+(-1)(0.037)$$

$$\simeq 4.963$$

35

لتكن $f(x)=\sqrt[3]{3x+24}$ جد قيمة $f(1.002)$ بصورة تقريبية باستخدام التفاضلات ؟

2018 دور (2) احيائي - داخل

Sol:

$$f(x)=(3x+24)^{\frac{1}{3}}$$

let $a=1$, $b=1.002$

$$h=b-a$$

$$h=1.002-1=0.002$$

$$f(a)=\sqrt[3]{3+24}=\sqrt[3]{27}=3$$

$$f'(x)=\frac{1}{3}(3x+24)^{-\frac{2}{3}}(3)$$

$$=\frac{1}{\sqrt[3]{(3x+24)^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{\sqrt[3]{(3a+24)^2}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt[3]{(27)^2}}=\frac{1}{9}=0.11$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 3+(0.002)(0.11)$$

$$\simeq 3+0.00022$$

$$\simeq 3.00022$$

36 باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة جد بصورة تقريبية $\sqrt{17}+\sqrt[4]{17}$

2019 دور (1) تطبيقي

Sol:

$$a=16\ ,\ b=17\ ,\ h=1$$

$$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}$$

$$f(x)=x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{4}}$$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

$$f(a)=\sqrt{16}+\sqrt[4]{16}=4+2$$

$$f(a)=6$$

$$f'(a)=\frac{1}{2\sqrt{16}}+\frac{1}{4\sqrt[4]{(16)^3}}$$

$$=\frac{1}{8}+\frac{1}{32}=\frac{5}{32}=0.156$$

$$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$$

$$=6+(1)(0.156)$$

$$=6+0.156$$

$$=6.156$$

37 باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة جد القيمة تقريبية $\sqrt[3]{7.9}$

2015 دور (1) نازحين

2015 دور (3)

Sol:

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{let } a=8\ ,\ b=7.9$$

$$h=b-a\Rightarrow h=7.9-8=-0.1$$

$$f(a)=\sqrt[3]{8}=2$$

$$f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\Rightarrow f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}$$

$$f'(8)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(8)^2}}=\frac{1}{12}=0.083$$

$$f(a+h)\simeq f(a)+h.f'(a)$$

$$\simeq 2+(-0.1)(0.083)$$

$$\simeq 1.9917$$

مستطيل بعداه $\sqrt{143}$, $\sqrt[3]{28}$ جد مساحته بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة

38

2019 دور (1) احيائي/خارج القطر

$\sqrt{143}$

Sol:

$b = 143 \ , \ a = 144 \ , \ h = -1$

$f(x) = \sqrt{x}$

$f(a) = \sqrt{144} = 12$

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} =$

$f'(a) = \dfrac{1}{2\sqrt{144}} = \dfrac{1}{2(12)}$

$= \dfrac{1}{24} = 0.041$

$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$

$= 12 + (-1)(0.041)$

$= 12 - 0.041$

$= 11.959$

$\sqrt[3]{28}$

Sol:

$b = 28 \ , \ a = 27 \ , \ h = 1$

$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$

$f(a) = \sqrt[3]{27} = 3$

$f'(x) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

$f'(a) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(27)^2}} = \dfrac{1}{3(3)^2}$

$= \dfrac{1}{3(9)} = \dfrac{1}{27} = 0.037$

$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$

$= 3 + (1 * 0.037)$

$= 3 + 0.037$

$= 3.037$

مساحة المستطيل = حاصل ضرب ابعاده

$3.037 * 11.959 =$

$36.319483 =$



الاشكال الهندسية في مبرهنة القيمة المتوسطة

1 1997 دور (2)

مربع مساحته $50cm^2$ جد طول ضلعه بصورة تقريبية باستخدام التفاضلات

Sol :

$$A = x^2 \Rightarrow 50 = x^2 \Rightarrow x^2 = \sqrt{50}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

let $a = 49 , b = 50$

$$h = b - a$$

$$h = 50 - 49 = 1$$

$$f(a) = \sqrt{49} = 7$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{49}} = \frac{1}{14} = 0.071$$

$$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$$

$$\simeq 7 + (1)(0.071)$$

$$\simeq 7.071 \text{ cm}$$

2 2005 دور (1)

باستخدام مفهوم التفاضلات جد حجم كرة طول نصف قطرها 2.99cm بصورة تقريبية

Sol :

$$V(r) = \frac{4\pi}{3} r^3$$

$$V'(r) = 4\pi r^2$$

let $a = 3 , b = 2.99$

$$h = b - a$$

$$h = 2.99 - 3 = -0.01$$

$$V(a) = \frac{4}{3}\pi(3)^3 = 36\pi$$

$$V'(a) = 4\pi a^2 = 4\pi(3)^2 = 36\pi$$

$$V(a+h) \simeq V(a) + h.V'(a)$$

$$\simeq 36\pi + (-0.01)(36\pi)$$

$$\simeq 35.64\pi \text{ cm}^3$$

3

مخروط دائري قائم حجمه $210\pi\ cm^3$ جد قيمة التقريبية لنصف القطر قاعدته اذا كان ارتفاعه 10cm

2013 دور (2)

1999 دور (1)

Sol :

نفرض ان نصف قطر قاعدة المخروط (r)

نفرض ان ارتفاع المخروط (V)

$$V = \frac{\pi}{3}r^2h \Rightarrow 210\pi = \frac{\pi}{3}r^2(10)$$

$$r^2 = \frac{630}{10} = 63$$

$$r = \sqrt{63}$$

$$V(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

let $a = 64$, $b = 63$

$$h = b - a$$

$$h = 63 - 64 = -1$$

$$V(a) = \sqrt{64} = 8$$

$$V'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$V'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}} = \frac{1}{2\sqrt{64}} = \frac{1}{16}$$

$$= 0.0625$$

$$V(a+h) \simeq V(a) + h.V'(a)$$

$$\simeq 8 + (-1)(0.0625)$$

$$\simeq 7.9375$$

4

جد حجم كرة طول نصف قطرها 3.001cm بصورة تقريبية باستخدام مفهوم التفاضلات

2006 تمهيدي

2016 دور (2)

Sol :

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V'(r) = 4\pi r^2$$

let $a = 3$, $b = 3.001$

$$h = b - a$$

$$h = 3.001 - 3 = 0.001$$

$$V(a) = \frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{4}{3}\pi(3)^3$$

$$= 36\pi$$

$$V'(a) = 4\pi a^2 = 4\pi(3)^2$$

$$= 36\pi$$

$$V(a+h) \simeq V(a) + h.V'(a)$$

$$\simeq 36\pi + (0.001)(36\pi)$$

$$\simeq 36.036\pi\ cm^3$$

5 جد بصورة تقريبية وباستخدام مفهوم التفاضلات طول ضلع المربع مساحته $101cm^2$

2007 دور (2)

Sol:

$A = L^2$

$101 = L^2 \overset{\text{بالجذر}}{\Rightarrow} L = \sqrt{101}$

$f(x) = \sqrt{x}$

let $a = 100 , b = 101$

$h = b - a$

$h = 101 - 100 = 1$

$f(a) = \sqrt{100} = 10$

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(a) = \dfrac{1}{2\sqrt{a}} = \dfrac{1}{2\sqrt{100}} = \dfrac{1}{20} = 0.05$

$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$

$\simeq 10 + (1)(0.05)$

$\simeq 10.05 \ cm$

6 مكعب حجمه $124cm^3$ جد باستخدام التفاضلات وبصورة تقريبية طول ضلعه

2010 تمهيدي

Sol:

$V(L) = L^3$

$124 = L^3 \Rightarrow L = \sqrt[3]{124}$

$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$

let $a = 125 , b = 124$

$h = b - a$

$h = 124 - 125 = -1$

$f(a) = \sqrt[3]{125} = 5$

$f'(x) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

$f'(a) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{a^2}} = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(125)^2}}$

$= \dfrac{1}{75} = 0.013$

$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$

$\simeq 5 + (-1)(0.013)$

$\simeq 4.987$

7

مربع مساحته $48cm^2$ جد بصورة تقريبية طول ضلعه

2013 دور (1)

Sol :

$$A = x^2$$

$$48 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{48}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$\text{let } \boxed{a = 49}, \boxed{b = 48}$$

$$h = b - a$$

$$h = 48 - 49 = -1 \Rightarrow \boxed{h = -1}$$

$$f(a) = \sqrt{49} = 7$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

$$f'(49) = \frac{1}{2\sqrt{49}} = \frac{1}{14} = 0.071$$

$$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$$

$$\simeq 7 + (-1)(0.071)$$

$$\simeq 7 - 0.071$$

$$\simeq 6.929 \text{ cm}$$

8

باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة جد حجم مخروط دائري قائم بصورة تقريبية على طول قطر قاعدته يساوي ارتفاعه ويساوي 3.99cm ؟

2015 دور (1)

Sol :

نفرض ان نصف قطر المخروط (r)

نفرض ان ارتفاع المخروط (h)

$$V = \frac{\pi}{3} r^2 h \quad , \quad \because [2r = h] \div 2$$

$$r = \frac{1}{2} h$$

$$V(h) = \frac{\pi}{3} (\frac{1}{2} h)^2 h$$

$$V(h) = \frac{\pi}{12} h^3$$

$$\text{let } \ a = 4 \ , \ b = 3.99$$

$$h = b - a$$

$$h = 3.99 - 4 = -0.01$$

$$V(a) = \frac{\pi}{12} (4)^3 = \frac{64}{12} \pi = 5.33\pi$$

$$V'(h) = \frac{\pi}{4} h^2$$

$$V'(a) = \frac{\pi}{4} a^2 = \frac{\pi}{4} (4)^2 = 4\pi$$

$$V(a+h) \simeq V(a) + h.V'(a)$$

$$\simeq 5.33\pi + (-0.01)(4\pi)$$

$$\simeq 5.29\pi \text{ cm}^3$$

9 جد نصف قطر كرة حجمها $\frac{260\pi}{3}$ بصورة تقريبية وباستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة

2016 دور (3) — 2020 دور (1) احيائي

Sol :

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{260\pi}{3}=\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$r^3=65 \Rightarrow r=\sqrt[3]{65}$$

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

$$a=64\ ,\ b=65$$

$$h=b-a=65-64$$

$$h=1$$

$$f(a)=\sqrt[3]{64}=4$$

$$f'(x)=\frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(64)^2}}=\frac{1}{3(4)^2}$$

$$=\frac{1}{3(16)}=\frac{1}{48}=0.020$$

$$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$$

$$=4+(1)(0.20)$$

$$=4+0.20$$

$$=4.020\text{cm}$$

10 مكعب طول حرفه $9.95\ cm$ جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام معلوماتك بالتفاضل

2017 تمهيدي احيائي

Sol:

$$V=x^3$$

$$V(x)=x^3$$

$$a=10\ ,\ b=9.95$$

$$h=b-a=9.95-10$$

$$=-0.05$$

$$V(a)=(10)^3=1000$$

$$V'(x)=3x^2$$

$$V'(a)=3(10)^2=3(100)$$

$$=300$$

$$f(a+h)=f(a)+h.f'(a)$$

$$=1000+(-0.05)(300)$$

$$=1000-15$$

$$=985\ \text{cm}^3$$

11

مخروط دائري قائم ارتفاعه يساوي طول قطر قاعدته فاذا كان ارتفاعه يساوي 2.96cm جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة

2017 دور (1) تطبيقي

Sol:

$$h = 2r \Rightarrow r = \frac{h}{2}$$

$$a = 3 \ , \ b = 2.96$$

$$h = b - a = 2.96 - 3$$

$$h = -0.04$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$V = \frac{\pi}{3}(\frac{h}{2})^2 . h$$

$$V = \frac{\pi}{12} . h^3$$

$$V(x) = \frac{\pi}{12} . h^3$$

$$V(a) = \frac{\pi}{12} . (3)^3 = \frac{\pi}{12} . 27$$

$$= \frac{9\pi}{4} = 2.25\pi$$

$$V'(h) = \frac{\pi}{4} h^2$$

$$V(a) = \frac{\pi}{4}(3)^2 = \frac{\pi}{4} . 9 = 2.25\pi$$

$$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$$

$$= 2.25\pi + (-0.04)(2.25\pi)$$

$$= 2.25\pi - 0.09\pi$$

$$= 2.16\pi \ cm^3$$

12

كرة حجمها $84\pi \ cm^3$ جد نصف قطرها بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة

2017 دور (1) تطبيقي - موصل

Sol:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$84 \pi = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$r^3 = 63 \Rightarrow r = \sqrt[3]{63}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

$$a = 64 \ , \ b = 63$$

$$h = b - a = 63 - 64$$

$$h = -1$$

$$f(a) = \sqrt[3]{64} = 4$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(64)^2}}$$

$$= \frac{1}{3(4)^2} = \frac{1}{3(16)} = 0.020$$

$$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$$

$$= 4 + (-1)(0.20)$$

$$= 4 - 0.20$$

$$= 3.98cm$$

مكعب طول حرفه 9.98cm جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام معلوماتك بالتفاضل

13 2018 تمهيدي احيائي

Sol :

$a = 10\ ,\ b = 9.98$

$h = b - a = 9.98 - 10$

$h = -0.02$

2020 تمهيدي تطبيقي

$V = x^3$

$V(x) = x^3$

$V(a) = (10)^3 = 1000$

$V'(x) = 3x^2$

$V'(a) = 3(10)^2 = 300$

$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$

$= 1000 + (-0.02)(300)$

$= 1000 - 6$

$= 994 cm^3$

جد بصورة تقريبية باستخدام التفاضلات المساحة السطحية لمكعب طول ضلعه 1.98cm

14 2019 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$b = 1.98\ ,\ a = 2\ ,\ h = -0.02$

$A = 6x^2$

$A(x) = 6x^2$

$A(a) = 6(2)^2 = 6(4) = 24$

$A'(x) = 12x$

$A'(a) = 12(2) = 24$

$f(a+h) \simeq f(a) + h.f'(a)$

$= 24 + (-0.02 * 24)$

$= 24 + (-0.48)$

$= 23.52\ cm^2$

متوازي سطوح مستطيله قاعدته مربعة وارتفاعه ثلاثة امثال طول قاعدته جد حجم التقريبي له عندما يكون طول قاعدته 2.97cm ؟

15 2018 دور (3) تطبيقي- داخل

Sol :

نفرض ان طول القاعدة (x)

نفرض ان الارتفاع (h)

$h = 3x$

$V = x^2 h \Rightarrow V(x) = x^2.3x$

$= 3x^3$

let $a = 3\ ,\ b = 2.97$

$h = b - a$

$h = 2.97 - 3 = -0.03$

$V(a) = 3(3)^3 = 3(27) = 81$

$V'(x) = 9x^2$

$V'(a) = 9a^2 = 9(3)^2 = 81$

$V(a+h) \simeq V(a) + h.V'(a)$

$\simeq 81 + (-0.03)(81)$

$\simeq 81 - 2.43$

$\simeq 78.57$

اسطوانه دائرية قائمة ارتفاعها يساوي طول نصف قطر قاعدتها فأذا كان نصف القطر يساوي (2.97cm) جد الحجم بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

16

2019 دور(1) احيائي

Sol :

$b = 2.97 \ , \ a = 3 \ , \ h = -0.03$

$h = r$

$V = \pi r^2 h$

$V(r) = \pi r^2 . r$

$V(r) = \pi r^3$

$V(a) = \pi (3)^2$

$= 27\pi$

$V'(r) = 3\pi r^2$

$V'(a) = 3\pi (3)^2$

$= 27\pi$

$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$

$= 27\pi + (-0.03 * 27\pi)$

$= 27\pi - 0.81\pi$

$= 26.19\pi \ cm^3$

جد بصورة تقريبية باستخدام التفاضلات المساحة السطحية لمكعب طول ضلعه 1.99cm

17

2019 دور(2) احيائي

Sol :

$T.A = 6x^2$

$A(x) = 6x^2$

$b = 1.99 \ , \ a = 2 \ , \ h = -0.01$

$A(a) = 6(2)^2 = 6(4)$

$A(a) = 24$

$A'(x) = 12x$

$A'(a) = 12(2)$

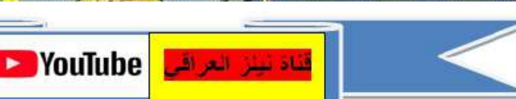
$A'(a) = 24$

$f(a+h) = f(a) + h.f'(a)$

$= 24 + (-0.01 * 24)$

$= 24 - 0.24$

$= 23.76 \ cm^2$



التغير التقريبي للدالة

1 لتكن $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ فاذا تغيرت x من 125 الى 125.06 فما مقدار التغير التقريبي للدالة ؟

2015 دور (2) خارج

Sol:

$$f(x)=\sqrt[3]{x^2}=x^{\frac{2}{3}}$$

let $a=125$, $b=125.06$

$$h=b-a \Rightarrow h=125.06-125$$

$$h=0.06$$

$$f'(x)=\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

....

2 كرة نصف قطرها 6cm طليت بطلاء سمكه 0.1cm جد كمية الطلاء بصورة تقريبية باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة

2014 دور (1)

Sol:

let $a=6$, $b=6+0.1=6.1$ cm

$$h=b-a$$

$$h=6.1-6=0.1$$

$$V(r)=\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V'(r)=4\pi r^2$$

$$V'(a)=4\pi a^2=4\pi(6)^2$$

$$=144\pi$$

$$h.V'(a)=(0.1)(144\pi)$$

$$=14.4\pi\ cm^3$$

حجم كمية الطلاء

....

3

2015 دور (2)

اذا كان $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ جد مقدار التغير التقريبي للدالة اذا تغيرت x من 4 الى 4.01

Sol:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}=x^{-\frac{1}{2}}$$

let $a=4\ ,\ b=4.01$

$$h=b-a$$

$$h=4.01-4=0.01$$

$$f'(x)=-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}=\frac{-1}{2\sqrt{x^3}}$$

$$f'(a)=\frac{-1}{2\sqrt{a^3}}=\frac{-1}{2\sqrt{64}}$$

$$=\frac{-1}{16}=-0.06$$

$$h.f'(a)\simeq(0.01).(-0.06)$$

$$\simeq -0.0006$$

4

2017 دور (1) احيائي/خارج

كرة نصف قطرها 8 طليت بطلاء سمكه 0.1cm جد حجم الطلاء بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة

Sol:

$$a=8\ ,\ b=8.1$$

$$h=b-a=8.1-8$$

$$h=0.1$$

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V(r)=\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V'(r)=4\pi r^2$$

$$V'(a)=4(\pi)(8)^2$$

$$=4(\pi)(64)$$

$$=256\pi$$

التغير التقريبي $=h.f'(a)$

$$=(0.1)(256)\pi$$

$$=25.6\pi cm^3$$

جد باستخدام التفاضلات وبصورة تقريبية مساحة حلقة دائرية نصف قطرها الداخلي 20cm ونصف قطرها الخارجي 20.3cm

5

2017 دور (3) احيائي- موصل

Sol :

$a = 20 \ , \ b = 20.3$

$h = b - a = 20.3 - 20$

$h = 0.3$

$A = \pi r^2$

$A(r) = \pi r^2$

$A'(r) = 2r\pi$

$A'(a) = 2(20)\pi$

$A'(a) = 40\pi$

التغير التقريبي $= h.f'(a)$

$= (0.3)(40)\pi$

$= 12\pi \ cm^2$

لتكن $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ فاذا تغيرت x من 8 الى 8.06 ما مقدار التغير التقريبي للدالة ؟

6

2019 دور (3) احيائي

Sol :

$b = 8.06 \ , \ a = 8 \ , \ h = 0.06$

$f(x) = \sqrt[3]{x^2} = (x)^{\frac{3}{2}}$

$f'(x) = \frac{2}{3}.x^{\frac{-1}{3}}$

$= \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

$f'(a) = \frac{2}{3\sqrt[3]{8}}$

$= \frac{2}{3(2)} = \frac{1}{3}$

$f'(a) = 0.333$

التغير التقريبي $= h.f'(a)$

$= 0.06 * 0.333$

$= 0.02$

ايجاد قيم الثوابت

1

اذا كانت $f(x)=3+ax+bx^2$ تمتلك نقطة حرجة $(1,4)$ جد قيمتي a,b الحقيقيتان ثم بين نوع النقطة الحرجة

1997 دور (1)
2007 تمهيدي

Sol:

$f(1)=4$

$f(x)=3+ax+bx^2$

$4=3+a+b \Rightarrow a+b=1........(1)$

$f'(1)=0$

$f'(x)=a+2bx \Rightarrow 0=a+2b(1)$

$a=-2b.........(2)$

نعوض ② في ①

$-2b+b=1$

$-b=1 \Rightarrow b=-1$

نعوض قيمة ⓑ في ①

$a-1=1 \Rightarrow a=2$

$f'(x)=2-2x \Rightarrow 2-2x=0$

$x=1$

+++++++++ 1 - - - - - - - -

عظمى محلية

2

اذا كانت $(1,6)$ نهاية صغرى محلية لمنحني الدالة $f(x)=ax^2+(x-b)^2$ جد قيمتي a,b

1998 دور (1)

Sol:

نعوض $(1,6)$ في المعادلة

$f(x)=ax^2+(x-b)^2$

$6=a+(1-b)^2$

$6=a+1-2b+b^2$

$a-2b+b^2=5.........(1)$

$f'(x)=2ax+2(x-b)$ عند $x=1$

$[0=2a+2(1-b)]\div 2$

$0=a+(1-b)$

$a=b-1.........(2)$

نعوض ② في ①

$b-1-2b+b^2=5$

$b^2-b-6=0 \Rightarrow (b-3)(b+2)=0$

أما $b-3=0 \Rightarrow b=3$

نعوض قيمة ⓑ في ①

$a=3-1=2$

أو $b+2=0 \Rightarrow b=-2$

نعوض قيمة ⓑ في ①

$a=-2-1=-3$

$f''(x)=2a+2 \quad , \quad a=2 \Rightarrow f''(x)=6>0$

يهمل $a=-3 \Rightarrow f''(x)=-4<0$

$\{a=2, b=3\}$

3 اذا كانت $f(x)=x^3-bx^2+cx$ يمر بالنقطة $(-2,-2)$ وكان للدالة نقطة انقلاب عند $x=1$ جد قيمتي $b,c\in R$ ثم جد نقطة النهاية العظمى المحلية له .

1999 دور (2)

Sol:

$\because (-2,-2)\in f(x)\Rightarrow f(-2)=-2$

$-8-4b-2c=-2........(1)$

$f'(x)=3x^2-2bx+c$

$f''(x)=6x-2b$

$\because f''(1)=0\Rightarrow 6-2b=0$

$2b=6\Rightarrow b=3$

نعوض قيمة (b)

$-8-12-2c=-2$

$-2c=18\Rightarrow c=-9$

$f(x)=x^3-3x^2-9x$

$f'(x)=3x^2-6x-9$

$\left[3x^2-6x-9=0\right]\div 3$

$x^2-2x-3=0$

$(x-3)(x+1)=0$

اما $x-3=0\Rightarrow x=3$

$f(3)=27-27-27=-27$

أو $x+1=0\Rightarrow x=-1$

$f(-1)=-1-3+9=5$

$f''(x)=6x-6\Rightarrow f''(3)=18-6$

$=12>0$

$f''(-1)=6-6=-12<0$

$(3,-27)$ نقطة نهاية صغرى محلية ، $(-1,5)$ نقطة نهاية عظمى محلية

4 اذا كان منحني الدالة $f(x)=ax^3+bx^2+1$ مقعر لكل $x<1$ ومحدب لكل $x>1$ ويمس المستقيم $y+9x=28$ عند $x=3$ جد قيم $a,b\in R$

2000 دور (2)

Sol:

$x=3$

$y+27=28\Rightarrow y=1\Rightarrow (3,1)$ نقطة التماس

$f(3)=1\Rightarrow 27a+9b=0..........(1)$

$m=\dfrac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y}=\dfrac{-9}{1}=-9$

$f'(x)=3ax^2+2bx\Rightarrow f'(3)=27a+6b$

$f'(3)=m\Rightarrow 27a+6b=-9..........(2)$

$\ominus \quad \ominus \quad \ominus$

$27a+9b=0........(1)$

بالطرح

$-3b=-9$

$b=3$

نعوض قيمة (b) في (1)

$27a+9(3)=0$

$27a=-27\Rightarrow a=-1$

اذا علمت ان الدالة $f(x)=x^3+ax^2+bx$ نهاية عظمى محلية عند $x=-2$ ونهاية صغرى محلية عند $x=4$ جد قيمتي a,b

5 — 2001 دور (1)

Sol :

$f(x)=x^3+ax^2+bx$

$f'(x)=3x^2+2ax+b$ عند $x=-2$

$0=3(-2)^2+2a(-2)+b$

$12-4a+b=0.........(1)$

$f'(x)=3(4)^2+2a(4)+b$ عند $x=4$

$48+8a+b=0$

$b=-48-8a........(2)$

نعوض (2) في (1)

$12-4a-48-8a=0$

$-12a=36\Rightarrow a=-3$

$b=-48-8(-3)$

$b=-48+24=-24$

لتكن $f(x)=x^3+3x^2-9x-6$ جد معادلة المماس للمنحني عند نقطة انقلابه

6 — 2003 دور (1)

Sol :

$f(x)=x^3+3x^2-9x-6$

$f'(x)=3x^2+6x-9$

$f''(x)=6x+6\Rightarrow 6x+6=0$

$6x=-6\Rightarrow x=-1$

$f(-1)=(-1)^3+3(-1)^2-9(-1)-6$

$f(-1)=-1+3+9-6=5$

$(-1,5)$ نقطة انقلاب

$m=f'(1)=3-6-9=-12$

$(y-y_1)=m(x-x_1)$

$(y-5)=-12(x+1)$

$y-5=-12x-12$

$12x+y+7=0$

اذا كان المستقيم $3x - y = 7$ يمس المنحني $f(x)=ax^2+bx+c$ عند النقطة $(2, -1)$ وكانت له نهاية صغرى محلية عند $x = \frac{1}{2}$ جد قيم $a,b,c \in R$

7

2003 دور (2)
2014 دور (4) الانبار
2015 دور (1) خارج

Sol :

$$m = \frac{-x \text{ معامل}}{y \text{ معامل}} = \frac{-3}{-1} = 3$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

نعوض $(2,-1)$

$$a(2)^2 + b(2) + c = -1$$

$$4a + 2b + c = -1 \ldots\ldots\ldots(1)$$

$$f'(x) = 2ax + b \quad , \because f'(2) = m$$

$$f'(2) = 4a + b \Rightarrow 4a + b = 3 \ldots\ldots(2)$$

$$\because f'(\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow a + b = 0$$

$$a = -b \ldots\ldots(3)$$

نعوض (3) في (2)

$$-4b + b = 3$$

$$-3b = 3 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 1$$

نعوض قيم a,b في (1)

$$4 - 2 + c = -1 \Rightarrow c = -1 - 2$$

$$c = -3$$

2016 دور (1)
2015 دور (4) رصافة
2017 دور (2) تطبيقي - داخل
2017 دور (3) احيائي - داخل

اذا كان منحني الدالة $f(x) = 2ax^2 + b$ وكانت $a \in \{-1,0,1,3\}$ تمتلك نهاية عظمى محلية جد قيمة a

8

2004 دور (1)

Sol :

$$f(x) = 2ax^2 + b$$

$$f'(x) = 4ax \Rightarrow f''(x) = 4a$$

$$a = -1 \Rightarrow f''(x) = 4(-1) = -4 < 0$$

تمتلك نهاية عظمى محلية



9

جد معادلة المنحني $f(x) = ax^3 - bx^2 + cx$ حيث ان النقطة $(-1,4)$ نقطة انقلاب له وميل المماس عندها يساوي (1)

2004 دور (2) — 2014 دور (3) — 2016 دور (2) خارج — 2019 دور (1) احيائي/خارج

Sol :

$m = 1$

$f(x) = ax^3 - bx^2 + cx$

نعوض $(-1,4)$

$-a - b - c = 4 ....(1)$

$f'(x) = 3ax^2 - 2bx + c$

$\because \ f'(-1) = m$

$f'(-1) = 3a + 2b + c$

$3a + 2b + c = 1 ....(2)$

$-a - b - c = 4 ....(1)$

بالجمع

$2a + b = 5 ....(3)$

$f''(x) = 6ax - 2b \Rightarrow -6a - 2b = 0$

$2b = -6a \Rightarrow b = -3a ....(4)$

نعوض (4) في (3)

$2a - 3a = 5 \Rightarrow -a = 5 \Rightarrow a = -5$

$b = -3(-5) \Rightarrow b = 15$

نعوض قيم a,b في (1)

$5 - 15 - c = 4$

$-c = 14 \Rightarrow c = -14$

$f(x) = -5x^3 - 15x^2 - 14x$

10

اذا كانت 6 تمثل نهاية عظمى محلية لمنحني الدالة $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$ جد قيمة a

2004 تمهيدي

Sol :

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$3x^2 - 6x = 0] \div 3$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x - 2) = 0$

$x = 0$

$x - 2 = 0$

$x = 2$

$+ + + + (0) - - - - (2) + + + +$

عظمى — صغرى

$(0,6)$

$(0)^3 - 3(0)^2 + a = 6$

$a = 6$

11

جد نقطة انقلاب الدالة

$f(x) = 5(x-1)^5$

2004 دور (1)

Sol :

$f'(x) = 5(x-1)^4$

$f''(x) = 20(x-1)^3$

$20(x-1)^3 = 0] \div 20$

$(x-1)^3 = 0$ بالجذر التكعيبي

$x - 1 = 0$

$x = 1$

$f(x) = (1-1)^5$

$= 0$

$(1,0)$ نقطة انقلاب

12

جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل وبؤرته على محور السينات ويمر بالنقطة $(1,4)$ ثم جد معادلة المماس له عند تلك النقطة .

2004 دور (2)

Sol :

$y^2 = 4px$ نعوض $(1,4)$

$16 = 4p \Rightarrow p = 4$

$y^2 = 16x$ معادلة القطع المكافئ

$2yy' = 16 \Rightarrow y' = \frac{16}{2y} \Rightarrow y' = \frac{8}{y}$

$y' = m = \frac{8}{y}$ نعوض $y = 4$

$m = \frac{8}{4} = 2$

$(y - y_1) = m(x - x_1)$

$(y - 4) = 2(x - 1)$

13

جد نقطة الانقلاب للمنحني $f(x) = (x-2)\ (x+1)^2$ ثم جد معادلة المماس له عند نقطة انقلابه

Sol :

$f(x) = (x-2)(x^2 + 2x + 1)$

$f'(x) = (x-2)(2x+2) + (x^2 + 2x + 1)(1)$

$= 2x^2 + 2x - 4x - 4 + x^2 + 2x + 1$

$= 3x^2 - 3$

$f''(x) = 6x \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$

$f(0) = -2 \Rightarrow (0,-2)$ نقطة انقلاب

$m = f'(x) = f'(0) = -3$

$(y - y_1) = m(x - x_1)$ معادلة المماس

$(y + 2) = -3(x - 0)$

$3x + y + 2 = 0$

2005 دور (2)



لتكن $f(x)=x^3+bx^2+cx+1$ وكانت $(-1,2)$ نهاية عظمى محلية للدالة جد قيمتي $c,d\in R$ هل توجد نقطة انقلاب للدالة

14

2005 دور (1)

Sol:

$f(x)=x^3+bx^2+cx+1$

$2=-1+b-c+1$ نعوض $(-1,2)$

$b-c=2..........(1)$

$f'(x)=3x^2+2bx+c$

$3(1)^2+2b(1)+c=0$

$3+2b+c=0\Rightarrow c=2b-3.....(2)$

نعوض (2) في (1)

$b-(2b-3)=2\Rightarrow b-2b+3=2$

$-b+3=2$

$b=1$ نعوض في معادلة (1)

$c=2(1)-3\Rightarrow c=2-3=-1$

$f(x)=x^3+x^2-x+1$

$f'(x)=3x^2+2x-1$

$f''(x)=6x+2\Rightarrow 6x+2=0$

$6x=-2\Rightarrow x=\frac{-2}{6}=\frac{-1}{3}$

نعوض قيمة x في معادلة الرئيسية

$f(x)=(\frac{-1}{3})^3+(\frac{-1}{3})^2-(\frac{-1}{3})+1$

$=\frac{-1}{27}+\frac{1}{9}+\frac{1}{3}+1=\frac{-1+3+9+27}{27}$

$=\frac{38}{27}\Rightarrow\left(\frac{-1}{3},\frac{38}{27}\right)$ نقطة انقلاب

اشارة المشتقة الثانية

$- - - - - - - -\ \ -\frac{1}{3}\ \ + + + + + + + +$

$(-\frac{1}{3},\frac{38}{27})$ نقطة انقلاب

اذا علمت ان الدالة $f(x)=x^3+ax^2+bx$ نهاية صغرى محلية عند $x=4$ ونقطة انقلاب عند $x=1$ جد قيمتي $a,b\in R$

15

2006 تمهيدي

2008 دور (2)

Sol:

$f(x)=x^3+ax^2+bx$

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

$3(4)^2+a(2)(4)+b=0$, $x=4$ عند

$48+8a+b=0..........(1)$

$f''(x)=6x+2a$, $x=1$ عند

$6+2a=0\Rightarrow 2a=-6$

$a=-3$

نعوض قيمة (a) في (1)

$48+8(-3)+b=0$

$48-24+b=0\Rightarrow b=-24$

جد معادلة القطع المكافئ الذي وبؤرته تمثل نهاية عظمى محلية للدالة $y = x^3 - 3x^2 + 2$

16 2007 دور (2)

Sol:

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 0$

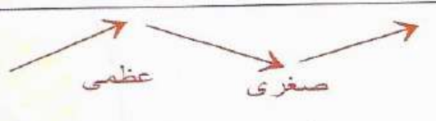
$3x^2 - 6x = 0] \div 3$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

$x = 0$

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$



$f(x) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2$

$f(0) = 2$

$(0, 2)$

بؤرة القطع المكافئ

$P = 2$

$x^2 = 4Py$

$x^2 = 4(2)y$

$x^2 = 8y$

جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الاصل وبؤرته نقطة انقلاب الدالة $f(x) = (x - 1)^3$

17 2007 خارج القطر

Sol:

$f(x) = (x-1)^3 \Rightarrow f'(x) = 3(x-1)^2$

$f''(x) = 6(x-1) \Rightarrow 6(x-1) = 0$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = 0$

$(1,0)$ نقطة انقلاب وهي بؤرة القطع المكافئ

$p = 1 \Rightarrow y^2 = 4px$

$y^2 = 4x$ معادلة القطع المكافئ

18

اذا كانت $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ حيث $a \in R, a, x \neq 0$ بين ان الدالة لا تمتلك نهاية عظمى محلية مهما كانت قيمة a .

2008 دور (1)

2015 دور (3)

Sol :

$$f'(x) = 2x - ax^{-2}$$

$$2x - \frac{a}{x^2} = 0 \Rightarrow \left[2x = \frac{a}{x^2}\right].x^2$$

$$2x^3 = a \Rightarrow x^3 = \frac{a}{2}$$ بالجذر التكعيبي

$$x = \sqrt[3]{\frac{a}{2}}$$

$$f''(x) = 2 + 2ax^{-3}$$

$$= 2 + \frac{2a}{x^3}$$

$$f''(\sqrt[3]{\frac{a}{2}}) = 2 + \frac{2a}{(\sqrt[3]{\frac{a}{2}})^3}$$

$$= 2 + \frac{2a}{\frac{a}{2}}$$

$$= 2 + 4 = 6 > 0$$

الدالة تمتلك نهاية صغرى محلية

ولايمكن ان تمتلك نهاية عظمى محلية

19

اذا كانت $f(x) = x^2 - \frac{a}{x}$ حيث $a, x \neq 0$ ، $a \in R$ بين ان الدالة لا تمتلك نهاية عظمى محلية مهما كانت قيمة a .

2018 دور (1) تطبيقي- داخل

2013 دور (1)

2019 دور (3) احيائي

نفس حل السؤال السابق الفرق اشارة $x^2 - \frac{a}{x}$

اذا علمت ان للدالة $f(x)=x^3+ax^2+bx$ نهاية عظمى محلية عند $x = -1$ ونهاية صغرى محلية عند $x = 2$ جد قيمتي a,b ثم جد نقطة الانقلاب ان وجدت ؟

20

2020 تمهيدي تطبيقي

2008 دور (1) / 2012 دور (1) / 2013 دور (2) / 2015 دور (1) نازحين / 2018 دور (3) تطبيقي- داخل / 2019 دور (3) تطبيقي

Sol:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

عند $x = -1$ $\quad 3(-1)^2 + 2a(-1) + b = 0$

$$3 - 2a + b = 0 \text{..........}(1)$$

عند $x = 2$ $\quad 3(2)^2 + 2a(2) + b = 0$

$$12 + 4a + b = 0 \Rightarrow b = -12 - 4a$$

نعوض قيمة (b) في (1)

$$3 - 2a - 12 - 4a = 0$$

$$-6a = 9 \Rightarrow a = \frac{-9}{6}$$

$$a = \frac{-3}{2}$$

$$b = -12 - 4(\frac{-3}{2})$$

$$b = -12 + 6 \Rightarrow b = -6$$

$$f'(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6$$

$$f''(x) = 6x - 3 \Rightarrow 6x - 3 = 0$$

$$6x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$f(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2})^3 - \frac{3}{2}(\frac{1}{2})^2 - 6(\frac{1}{2})$$

$$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{8} - \frac{3}{8} - 3$$

$$= \frac{-26}{8} = -\frac{13}{4}$$

نقطة انقلاب $(\frac{1}{2}, -\frac{13}{4})$

$f''(x)$: - - - - - - - - $\frac{1}{2}$ + + + + + + + + +

الدالة محدبة بالفترة $\{x : x \in R; x < \frac{1}{2}\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x \in R; x > \frac{1}{2}\}$

نقطة انقلاب $(\frac{1}{2}, \frac{-13}{4})$



21

جد نقطة انقلاب المنحني
$f(x) = x^3 - 3x - 2$ ثم جد معادلة المماس
عند نقطة انقلابه

2008 دور (2)

Sol:

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$
$$f''(x) = 6x$$
$$6x = 0$$
$$x = 0$$
$$f(0) = 0 - 0 - 2$$
$$f(0) = -2$$
$$(0, -2)$$
نقطة انقلاب

عند $x = 0$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$
$$f'(3) = 0 - 3$$
$$f'(3) = -3 = m$$
$$m = -3$$
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - (-2) = -3(x - 0)$$
$$y + 2 = -3x$$
$$3x + y + 2 = 0$$

22

اذا كان المستقيم $x - y + 2 = 0$ يمس
منحني القطع المكافئ $y^2 = hx$ جد بؤرة
القطع المكافئ

2008 دور (2)

Sol:

$$m = \frac{-x \text{ معامل}}{y \text{ معامل}} = \frac{-1}{-1} = 1$$
$$y^2 = hx \Rightarrow 2yy' = h$$
$$y' = \frac{h}{2y} \qquad \because y' = m$$
$$\frac{h}{2y} = 1 \Rightarrow h = 2y$$
$$y = \frac{h}{2} ....(1)$$

نعوض قيمة y في المستقيم

$$x - \frac{h}{2} + 2 = 0$$
$$x = \frac{h}{2} - 2 ....(2)$$

نعوض (1) و (2) معادلة القطع المكافئ

$$(\frac{h}{2})^2 = h\left(\frac{h}{2} - 2\right)$$
$$\left[\frac{h^2}{4} = \frac{h^2}{2} - 2h\right].4 \Rightarrow h^2 = 2h^2 - 8h$$
$$h^2 - 8h = 0 \Rightarrow h(h - 8) = 0$$

أما $h = 0$ يهمل

أو $h - 8 = 0 \Rightarrow h = 8$

$y^2 = 8x$ معادلة القطع المكافئ

$$y^2 = 4px$$
$$4p = 8 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow (2,0)$$

بؤرة القطع المكافئ

23

اذا كانت $(1,-2)$ نقطة حرجة لمنحني الدالة $f(x)=ax^2-(x+b)^2$ جد قيمتي $a,b\in R^+$ ثم بين نوع النقطة الحرجة

2009 دور (1)

Sol:

$f(x)=ax^2-(x+b)^2$

نعوض $(1,-2)$

$-2=a-(1+b)^2$ مربع حدانية

$-2=a-(1+2b+b^2)$

2020 دور(1) احيائي

$-2=a-1-2b-b^2$

$a-2b-b^2=-1$.........(1)

$f'(x)=2ax-2(x+b)$ عند $x=1$

$[2a-2(1+b)=0]\div 2$

$a-1-b=0\Rightarrow a=b+1$.......(2)

نعوض (2) في (1)

$b+1-2b-b^2=-1$

$b^2+b-2=0\Rightarrow (b+2)(b-1)=0$

أما $b+2=0\Rightarrow b=-2$ يهمل

أو $b-1=0\Rightarrow b=1$

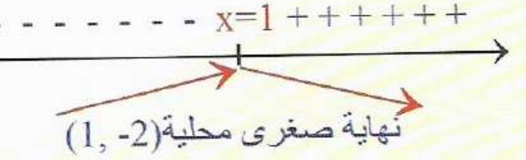
نعوض قيمة (b) في (2)

$a=1+1=\boxed{2}$

$f'(x)=4x-2(x+1)$

$4x-2x-2=0$

$2x-2=0\Rightarrow \boxed{x=1}$



24

اذا كان المستقيم $y+9x=28$ يمس المنحني $f(x)=ax^3+bx^2+1$ عند $(3,1)$ جد قيم $a,b\in R$

2009 دور (2)

Sol:

$m=\dfrac{-x \text{ معامل}}{y \text{ معامل}}=\dfrac{-9}{1}=-9$

$f(3)=1$

$a(3)^3+b(3)^2+1=1$

$27a+9b=0\Rightarrow 9b=-27a$

$b=-3a$.........(1)

$f'(x)=3ax^2+2bx$

$f'(3)=27a+6b$

$\because f'(3)=m$

$27a+6b=-9$...........(2)

نعوض (1) في (2)

$27a+6(-3a)=-9$

$27a-18a=-9$

$9a=-9$

$a=-1$

$b=-3(-1)$

$b=3$

25

اذا كانت $(2,6)$ نقطة حرجة لمنحني الدالة $f(x) = a - (x-b)^4$ جد قيمتي a,b ثم بين نوع النقـطة الحـرجة

2011 خارج القطر

Sol:

$f(x) = a - (x-b)^4$

نعوض $(2,6)$

$6 = a - (2-b)^4 ....(1)$

$f'(x) = -4(2-b)^3$

$0 = -4(2-b)^3 \Rightarrow (2-b)^3 = 0$

بالجذر التكعيبي

$2 - b = 0 \Rightarrow b = 2$

نعوض قيمة (b) في (1)

$6 = a - (2-2)^4 \Rightarrow 6 = a$

$f(x) = 6 - (x-2)^4$

$f'(x) = -4(x-2)^3$

$-4(x-2)^3 = 0 \,]\div 4$

$(x-2)^3 = 0$

$x - 2 = 0$

$x = 2$

$x < 2$: + + + + + + + + (2) $x > 2$: - - - - - - - -

نقطة نهاية عظمى محلية$(2,6)$

26

اذا كانت $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ وكانت f مقعرة لكل $x > 1$ ومحدبة لكل $x < 1$ للدالة نقطة نهاية عظمى محلية$(-1,5)$ فجد قيم الثوابت $a,b,c \in R$

2012 دور (3) — 2019 دور (1) تطبيقي — 2015 دور (1) — 2019 دور (2) احيائي

Sol:

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$

نعوض $(-1,5)$

$-a + b - c = 5 ....(1)$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$3a(-1)^2 + 2b(-1) + c = 0$

$3a - 2b + c = 0 ....(2)$ نحل

$-a + b - c = 5 \quad ....(1)$ آنياً

بالجمع

$2a - b = 5 ....(3)$

$f''(x) = 6ax + 2b$

$6a + 2b = 0 \Rightarrow 2b = -6a$

$b = -3a ....(4)$

نعوض (4) في (3)

2016 دور (1) خارج — 2017 دور (3) تطبيقي - داخل — 2018 دور (1) احيائي - خارج

$2a - (-3a) = 5$

$5a = 5 \Rightarrow a = 1$

$b = -3(1) \Rightarrow b = -3$

نعوض قيمة a,b في (1)

$-1 - 3 - c = 5 \Rightarrow -c = 9$

$c = -9$

27

اذا كانت 6 تمثل نهاية صغرى محلية لمنحني الدالة $f(x) = 3x^2 - x^3 + c$ فجد قيمة c ثم جد معادلة المماس للمنحني عند نقطة انقلابه

2012 خارج القطر

2016 دور (3)

Sol:

$y = 6$

$f(x) = 3x^2 - x^3 + c$

$f'(x) = 6x - 3x^2 \Rightarrow 3x(2-x) = 0$

$3x = 0 \Rightarrow x = 0$

$2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$

$f''(x) = 6 - 6x$

$f''(0) = 6 > 0$

$f''(2) = 6 - 12 = -6 < 0$

$(0,6)$ هي نقطة النهاية الصغرى $\in f(x)$

$6 = 0 - 0 + c \Rightarrow c = 6$

$f(x) = 3x^2 - x^3 + 6$

$f'(x) = 6x - 3x^2$

$f''(x) = 6 - 6x \Rightarrow 6 - 6x = 0$

$6x = 6 \Rightarrow x = 1$

$f(1) = 3 - 1 + 6 = 8$

+++++++++ (1) - - - - - - - $(1,8)$ نقطة انقلاب

$m = f'(x) = f'(1) = 6 - 3 = 3 = m$

$(y - y_1) = m(x - x_1)$

$(y - 8) = 3(x - 1) \Rightarrow 3x - y + 5 = 0$

معادلة المماس

28

اذا كانت $f(x) = ax^3 + bx^2$ جد قيمتي $a, b \in R$ اذا علمت ان للمنحني نقطة انقلاب $(1,2)$

2007 دور (1)

Sol:

$f(x) = ax^3 + bx^2$ نعوض $(1,2)$

$2 = a + b........(1)$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx$

$f''(x) = 6ax + 2b \quad , \; x = 1$ عند

$6a + 2b = 0 \quad , \; b = -3a.....(2)$

نعوض (2) في (1)

$2 = a - 3a \Rightarrow -2a = 2$

$a = -1$

$b = -3(-1) \Rightarrow b = 3$

29

لتكن $f(x) = ax^2 - 6x + b$ حيث ان $a \in \{-4, 8\}$ جد قيمة a اذا كانت الدالة تمتلك نهاية صغرى محلية .

2013 تمهيدي

Sol:

$f(x) = ax^2 - 6x + b$

$f'(x) = 2ax - 6$

$f''(x) = 2a$

$a = 8 \Rightarrow f''(x) = 16 > 0$

الدالة تمتلك نهاية صغرى محلية

30

اذا كانت $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, وكان $g(x) = 1 - 12x$ وكان كل من g,f متماسان عند نقطة الانقلاب وكانت للدالة f نقطة انقلاب هي $(1,-11)$ فجد قيم الثوابت $a,b,c \in R$

2014 دور (2) | 2017 دور (1) تطبيقي- داخل

Sol:

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$

$f(1) = -11 \Rightarrow a + b + c = -11 .....(1)$

$m = g'(x) = -12$

2017 دور (1) احيائي- موصل

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$f'(1) = m \Rightarrow 3a + 2b + c = -12 ....(2)$

$\ominus a \ominus b \ominus c = \oplus 11 ....(1)$

بالطرح

$2a + b = -1 ....(3)$

$f''(x) = 6ax + 2b$

$f''(1) = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0 \Rightarrow 2b = -6a$

$b = -3a ....(4)$

نعوض (4) في (3)

$2a - 3a = -1 \Rightarrow -a = -1$

$a = 1$

$b = -3(1) \Rightarrow b = -3$

نعوض قيم a,b في (1)

$1 - 3 + c = -11$

$c = -11 + 2 \Rightarrow c = -9$

2017 تمهيدي تطبيقي | 2017 دور (1) احيائي- خارج | 2018 دور (2) تطبيقي- خارج

31

اذا كان منحني الدالة $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ مقعر لكل $x < 1$ ومحدب لكل $x > 1$ ويمس المستقيم $y + 9x = 28$ عند $x = 3$ جد قيم $a,b,c \in R$

Sol:

$x = 3$

$y + (3)9 = 28 \Rightarrow y = 28 - 27$

$y = 1$

نقطة التماس $(3,1)$

$f(3) = 1 \Rightarrow a(3)^3 + b(3)^2 + c = 1$

$27a + 9b + c = 1 ....(1)$

$m = \frac{-x \text{ معامل}}{y \text{ معامل}} = \frac{-9}{1} = -9$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx$

$f'(3) = 27a + 6b$

$f'(3) = m \Rightarrow 27a + 6b = -9 ....(2)$

$f''(x) = 6ax + 2b \Rightarrow f'(1) = 0$

$6a + 2b = 0 \Rightarrow 2b = -6a$

$b = -3a ....(3)$

نعوض (3) في (2)

$27a + 6(-3a) = -9$

$27a - 18a = -9$

$9a = -9 \Rightarrow a = -1$

$b = -3(-1) \Rightarrow b = +3$

2014 دور (1) | 2017 دور (1) احيائي - داخل | 2018 دور (2) احيائي - خارج

نعوض قيم a,b في (1)

$-27 + 27 + c = 1$

$c = 1$

اذا كان للدالة $f(x)=ax^3+3x^2+c$ نهاية عظمى محلية تساوي (8) ونقطة انقلاب عند عند $x = 1$ جد قيمتي $a,c \in R$

32

2015 دور (2) داخل
2015 دور (2) خارج
2019 دور (1) احيائي
2020 تمهيدي احيائي

Sol :

$y = 8$

$f(x) = ax^3 + 3x^2 + c$

$f'(x) = 3ax^2 + 6x$

$3ax^2 + 6x = 0........(1)$

$f''(x) = 6ax + 6 \quad , \quad$ عند $x = 1$

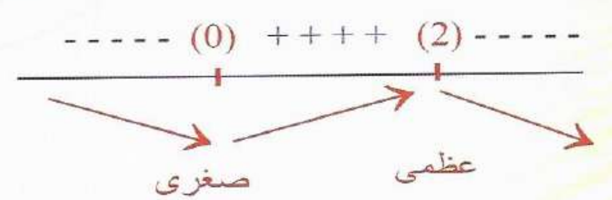
$6a + 6 = 0 \Rightarrow 6a = -6 \Rightarrow a = -1$

نعوض (a) في (1)

$-3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow -3x(x-2) = 0$

أما $-3x = 0 \Rightarrow x = 0$

أو $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$



نقطة نهاية عظمى محلية $(2,8)$

$f(x) = -x^3 + 3x^2 + c$

$-(2)^3 + 3(2)^2 + c = 8$

$-8 + 12 + c = 8$

$c = 8 - 4$

$c = 4$

اذا كان المستقيم $3x - y = 7$ يمس المنحني $f(x)=ax^2+bx+c$ عند النقطة $(2,-1)$ وكانت له نهاية صغرى محلية عند $x = 5$ جد قيم $a,b,c \in R$

33

2015 دور (4) رصافة

Sol :

نفس الخطوات السابقة

$f'(5) = 10a + b \Rightarrow b = -10a......(3)$

نعوض (3) في (2)

$4a - 10a = 3 \Rightarrow -6a = 3$

$a = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$ نعوض قيمة (a) في (3)

$b = -10(-\frac{1}{2}) \Rightarrow b = 5$

نعوض قيم a,b في (1)

$4(-\frac{1}{2}) + 2(5) + c = -1$

$-2 + 10 + c = -1$

$c = -1 - 8$

$c = -9$

2018 دور (1) احيائي
2018 تمهيدي تطبيقي

34

اذا كانت $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ حيث $a \in R \; ; a , x \neq 0$ جد قيمة a اذا كانت الدالة تمتلك نقطة انقلاب عند $x = 1$ ثم بين ان الدالة لا تمتلك نهاية عظمى محلية

2017 دور (2) احيائي - داخل

Sol:

$$f(x) = x^2 + ax^{-1}$$

$$f'(x) = 2x - ax^{-2}$$

$$f''(x) = 2 + \frac{2a}{x^3}$$ عند $x = 1$

$$2 + \frac{2a}{(1)^3} = 0 \Rightarrow 2 + 2a = 0$$

$$2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$f(x) = x^2 - \frac{1}{x} = x^2 - x^{-1}$$

$$f'(x) = 2x + x^{-2} \Rightarrow 2x + x^{-2} = 0$$

$$2x + \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow \left[2x = \frac{-1}{x^2}\right] x^2$$

$$2x^3 = -1 \Rightarrow x^3 = \frac{-1}{2}$$ بالجذر التكعيبي

$$x = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}}$$

$$f''(x) = 2 - 2x^{-3} = 2 - \frac{2}{x^3}$$

$$f''\left(\sqrt[3]{\frac{-1}{2}}\right) = 2 - \frac{2}{\frac{-1}{2}}$$

$$= 2 + (2)(2)$$

$$= 2 + 4 = 6 > 0$$

الدالة تمتلك نهاية صغرى محلية ولا تمتلك نهاية عظمى

35

اذا كان منحني الدالة $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ مقعر لكل $x < 1$ ومحدب لكل $x > 1$ ويمس المستقيم $y + 9x = 28$ عند النقطة $(3,1)$ جد قيم $a,b,c \in R$

2017 دور (1) احيائي - داخل

2020 دور(1) تطبيقي

Sol:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + c$$

$$f(3) = 1$$

$$27a + 9b + c = 1 ....(1)$$

$$m = \frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y} = \frac{-9}{1} = -9$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx$$

$$f'(3) = 27a + 6b$$

$$f'(3) = m \Rightarrow 27a + 6b = -9 ......(2)$$

$$f''(x) = 6ax + 2b \quad , \quad f(1) = 0$$

$$6a + 2b = 0 \Rightarrow 2b = -6a$$

$$b = -3a ....(3)$$

نعوض (3) في (2)

$$27a + 6(-3a) = -9$$

$$27a - 18a = -9 \Rightarrow 9a = -9$$

$$a = -1$$

$$b = (-3)(-1) = 3$$

نعوض قيم a,b في (1)

$$-27 + 27 + c = 1$$

$$c = 1$$

2019 دور (2) تطبيقي

2014 دور (1)

2017 تطبيقي موصل

2018 دور (2) احيائي/خارج

جد معادلة القطع الناقص الذي احد بؤرتيه نقطة انقلاب الدالة $f(x)=(x+2)(x-1)^2$ وطول محوره الكبير يساوي(12) وحدة طول

36

2017 دور (3) احيائي

Sol:

$$f(x)=(x+2)(x-1)^2$$
$$=(x+2)(x^2-2x+1)$$
$$f'(x)=(x+2)(2x-2)+(x^2-2x+1)(1)$$
$$=2x^2-2x+4x-4+x^2-2x+1$$
$$=3x^2-3$$
$$f''(x)=6x \Rightarrow 6x=0 \Rightarrow x=0$$
$f(0)=2 \Rightarrow (0,2)$ نقطة انقلاب

$x<0$ $x>0$

- - - - - - - 0 ++++++++ $f''(x)$

$\{x: x\in R; x>0\}$ الدالة محدبة بالفترة

$\{x: x\in R; x<0\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$(0,2)$ نقطة انقلاب

$(0,\pm2)$ بؤرتي القطع الناقص $\Rightarrow c=2 \in$ محور الصادات

$$2a=12 \Rightarrow a=6 \Rightarrow a^2=36$$
$$a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 36=b^2+4$$
$$b^2=32$$
$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{36}=1$$

جد النهايات وبين نوعها باستخدام المشتقة الثانية $f(x)=x-\frac{4}{x^2}\ ,\ x\neq 0$

37

2018 دور (1) تطبيقي- خارج

Sol:

$$f(x)=x-\frac{4}{x^2} \Rightarrow f(x)=x-4x^{-2}$$
$$f'(x)=1+8x^{-3} \Rightarrow \left[f'(x)=1+\frac{8}{x^3}\right].x^3$$
$x^3+8=0 \Rightarrow x^3=-8$ بالجذر التكعيبي
$$x=-2$$
$$f(-2)=-2-\frac{4}{4}=-2-1=-3$$
$(-2,-3)$ نقطة حرجة
$$f''(x)=-24x^{-4}=\frac{-24}{x^4}$$
$$f''(-2)=\frac{-24}{16}=\frac{-3}{2}<0$$
$(-2,-3)$ نقطة نهاية عظمى محلية

منحني الدالة $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 3$ له نقطة انقلاب هي $(1,8)$ جد قيمة $a, b \in R$

2018 دور (3) احيائي

38

Sol :

$(1)^3 - a(1)^2 + b(1) + 3 = 8$

$1 - a + b + 3 = 8$

$a - b = 4 - 8$

$a - b = -4 \ldots\ldots\ldots (1)$

$f'(x) = 3x^2 - 2ax + b$

$f''(x) = 6x - 2a$

$6(x) - 2a = 0$

عند $x = 1$

$6(1) - 2a = 0$

$2a = 6 \Rightarrow \boxed{a = 3}$ in (1)

$a - b = -4$

$+3 - b = -4 \Rightarrow \boxed{b = 7}$

اذا كان للدالة $f(x) = 3x - x^3 + c$ نقطة نهاية عظمى تنتمي لمحور السينات جد قيمة c ثم جد معادلة المماس عند نقطة انقلابه

39

2018 دور (2) احيائي

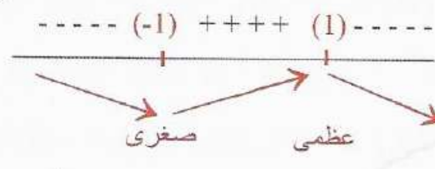
Sol :

$f'(x) = 3 - 3x^2$

$3 - 3x^2 = 0] \div 3$

$1 - x^2 = 0$

$x = \mp 1$



$x = 1$

$\because$ تنتمي لمحور السينات

$\therefore \quad y = 0$

$(1, 0)$

$3(1) - (1)^3 + c = 1$

$\boxed{c = -2}$

$f(x) = 3x - x^3 - 2$

$f'(x) = 3 - 3x^2$

$f''(x) = -6x$

$-6x = 0$

$x = 0$

$f(0) = (0) - 0 - 2$

$= -2$

$(0, -2)$

نقطة انقلاب f

$m = f'(x)$

$f'(x) = 3 - 3x^2$

$f'(0) = 3 - 0$

$m = 3$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - (-2) = 3(x - 0)$

$y + 2 = 3x$

$3x - y - 2 = 0$



اذا كان للمنحني $f(x)=3x - x^3 + c$ نقطة نهاية عظمى محلية تنتمي الى محور السينات جد قيمة c ثم جد معادلة المماس للمنحني عند نقطة انقلابه ؟

40 — 2018 دور (2) احيائي - داخل

Sol: اي نقطة تقع على محور السينات يكون فيها $y = 0$

$f'(x) = 3 - 3x^2 \Rightarrow 3 - 3x^2 = 0$

$3x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

$f''(x) = -6x \Rightarrow f''(1) = -6 < 0$ نهاية عظمى

$f''(-1) = 6 > 0$ تهمل

$(1,0) \in f(x)$ نقطة النهاية العظمى المحلية

$f(x) = 3x - x^3 - 2$

$f'(x) = 3 - 3x^2$

$f''(x) = -6x = 0$

$x = 0 \Rightarrow f(0) = -2$

$(0,-2)$ نقطة انقلاب وتماس

$m = f'(0) = 3$ ميل المماس للمنحني

$(y - y_1) = m(x - x_1)$

$(y + 2) = m(x - 0)$

$3x - y - 2 = 0$

معادلة المماس

$(1,0) \in f(x)$

$3(1) - (1)^3 + c = 0$

$3 - 1 + c = 0$

$2 + c = 0 \Rightarrow \boxed{c = -2}$

اذا كانت $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ والمستقيم $2x+ay=5+3b$ متماسان في نقطة انقلاب المنحني $f(x)$ جد $a, b \in R$

41 — 2019 تطبيقي خارج القطر

Sol:

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$f''(x) = 6x - 6$

$6x - 6 = 0] \div 6$

$x = 1$

$f(1) = (1)^3 - 3(1)^2 + 4$

$1 - 3 + 4 = 2$

$(1, 2)$ نقطة انقلاب

∵ تمس المستقيم ∴ تحقق معادلته

$2(1) + a(2) = 5 + 3b$

$2 + 2a = 5 + 3b$

$2a - 3b = 5 - 2$

$2a - 3b = 3 \ldots\ldots\ldots (1)$

$f'(x) =$ ميل المستقيم

$f'(x) = 3x^2 - 6x \qquad x = 1$

$= 3(1)^2 - 6(1)$

$= 3 - 6 = -3$

ميل المستقيم $= m = \dfrac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y} = \dfrac{-2}{a}$

$-3 = \dfrac{-2}{a} \Rightarrow a = \dfrac{2}{3}$ in (1)

$2(\dfrac{2}{3}) - 3b = 3 \Rightarrow 3b = \dfrac{4}{3} - 3$

$b = \dfrac{-5}{9}$

42 — 2019 تمهيدي تطبيقي

لتكن $f(x) = ax^2 + bx + 6$ حيث $b \in R$ وان $a \in \{-1,4\}$ جد قيمة a اذا علمت ان
1) الدالة f محدبة 2) الدالة f مقعرة

Sol :

$f(x) = ax^2 + bx + 6$

$f'(x) = 2ax + b$

$f''(x) = 2a$

عندما $a = -1$

$\therefore$ محدبة $f''(x) = 2(-1) = -2 < 0$

عندما $a = 4$

مقعرة $f''(x) = [2(4)] = 8 > 0$

43 — 2019 تمهيدي تطبيقي

اذا كانت $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ دالة لها نقطة حرجة عند $x = 4$ ونقطة انقلاب عند $(1,22)$ فما قيمة كل من $a,b,c \in R$

Sol :

$(1)^3 + a(1)^2 + b(1) + c = 22$

$1 + a + b + c = 22$

$a + b + c = 21 \ldots\ldots (1)$

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

$3x^2 + 2ax + b = 0 \quad x=4$

$3(4)^2 + 2a(8) + b$

$48 + 8a + b = 0$

$8a + b = -48 \ldots\ldots (2)$

$f''(x) = 6x + 2a$

$6x + 2a = 0$

$6(1) + 2a = 0$

$2a = -6] \div 2$

$a = -3$

$8(-3) + b = -48$

$-24 + b = -48$

$b = -24 \quad$ in (1)

$-3 - 24 + c = 21$

$-27 + c = 21$

$c = 48$

جد معادلة القطع المكافئ بطريقة التعريف اذا كانت بؤرته هي نقطة انقلاب الدالة : $f(x) = x^3 + 6x^2 - 16$ ورأسه نقطة الاصل

2019 دور (2) احيائي **44**

Sol :

$f'(x) = 3x^2 + 12x$

$f''(x) = 6x + 12 \Rightarrow 6x + 12 = 0] \div 6$

$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

$f(3) = (-2)^3 + 6(-6)^2 - 16 = -8 + 24 - 16$

$= -24 + 24 = 0$

$(-2, 0)$ نقطة انقلاب

$f(-2,0)\ ,\ x = 2$

$L_1 = L_2$

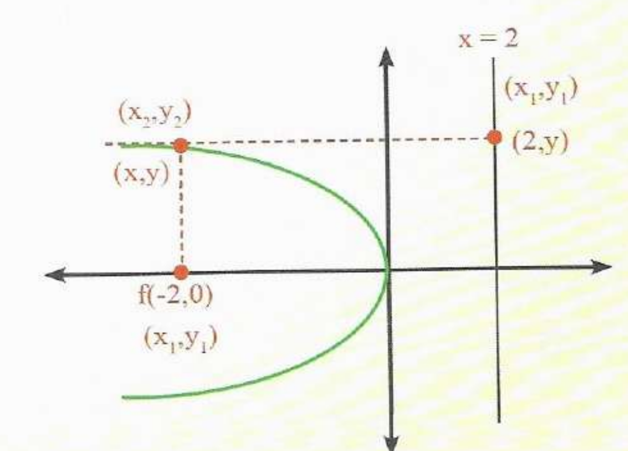
$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$\sqrt{(x+2)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-y)^2}$

$x^2 + 4x + 4 + y^2 = x^2 - 4x + 4 + 0$

$y^2 = -4x - 4x$

$y^2 = -8x$



رسم الدوال

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x) = x^3 - 3x$

1999 دور (1) — 2006 تمهيدي — 2007 دور (1)

Sol:

① اوسع مجال للدالة R

② المحاذيات:

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

③ نقاط التقاطع

مع محور الصادات

$$x = 0 \Rightarrow y = 0$$

مع محور السينات

$$y = 0 \Rightarrow x^3 - 3x = 0$$

$$x(x^2 - 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$(0,0)$, $(\sqrt{3},0)$, $(-\sqrt{3},0)$

نقاط التقاطع مع المحورين

④ التناظر

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$f(-x) = (-x)^3 - 3(-x)$$

$$= -x^3 + 3x = -(x^3 - 3x)$$

$$f(-x) = -f(x)$$

المنحني متناظر حول نقطة الاصل

⑤ النهايات الصغرى والعظمى

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0$$

$$3x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 1 - 3 = -2$$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = -1 + 3 = 2$$

$x < -1$ $(-1,1)$ $x > -1$

+ + + + (-1) - - - - (1) + + + +

عظمى   صغرى

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R ; x > 1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R ; x < -1\}$

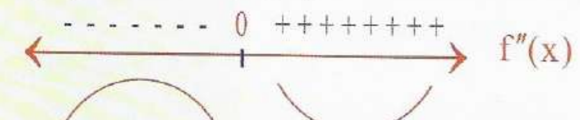
الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R ; x \in (-1,1)\}$

نهاية عظمى $(1,-2)$, نهاية صغرى $(-1,2)$

⑥ الانقلاب

$$f''(x) = 6x \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$f(0) = 0 \Rightarrow (0,0)$ نقطة انقلاب



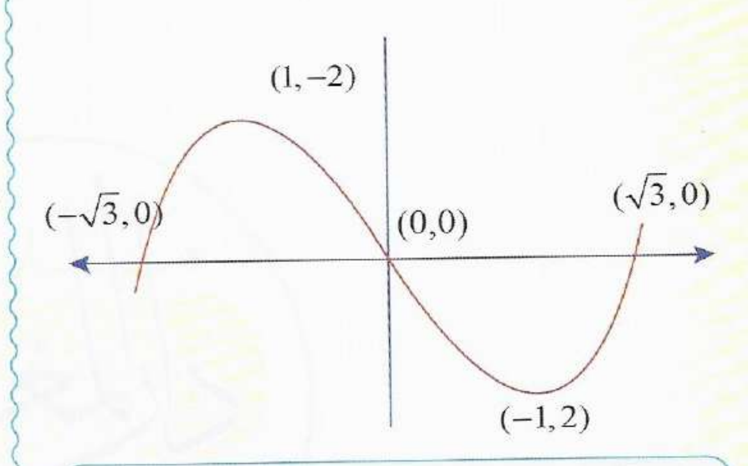
الدالة محدبة بالفترة $\{x : x \in R ; x < 0\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x \in R ; x > 0\}$

نقطة الانقلاب $(0,0)$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	0	(0,0)
$\sqrt{3}$	0	$(\sqrt{3},0)$
$-\sqrt{3}$	0	$(-\sqrt{3},0)$
1	-2	$(1,-2)$
-1	2	$(-1,2)$



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=x^5$

2000 دور (1) — 2006 دور (2) — 2007 خارج القطر — 2008 تمهيدي — 2013 دور (3) — 2014 تمهيدي — 2014 نازحين — 2003 دور (1) — 2005 دور (2)

Sol :

1) R اوسع مجال للدالة

2) المحاذيات:

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع محور الصادات

$$x=0 \Rightarrow y=0$$

$$(0,0)$$

مع محور السينات

$$y=0 \Rightarrow x=0$$

$$(0,0)$$

4) التناظر

$$f(x)=x^5$$

$$f'(-x)=(-x)^5=-(x)^5=-f(x)$$

التناظر حول نقطة الاصل

5) النهايات الصغرى والعظمى

$$f'(x)=5x^4 \Rightarrow 5x^4=0 \Rightarrow x=0$$

$$f(0)=0 \Rightarrow (0,0)$$ نقطة حرجة

$f''(x)$: ++++++++ 0 ++++++++

$\{x : x \in R ; x>0\}$ الدالة متزايدة بالفترة

$\{x : x \in R ; x<0\}$ الدالة متزايدة بالفترة

$(0,0)$ نقطة حرجة

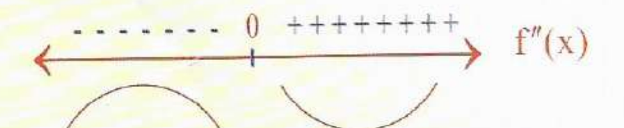
6) الانقلاب

$$f''(x)=20x^3 \Rightarrow 20x^3=0$$

$$x^3=0 \Rightarrow x=0$$

$$f(0)=0 \Rightarrow (0,0)$$ نقطة الانقلاب

$f''(x)$: -------- 0 ++++++++



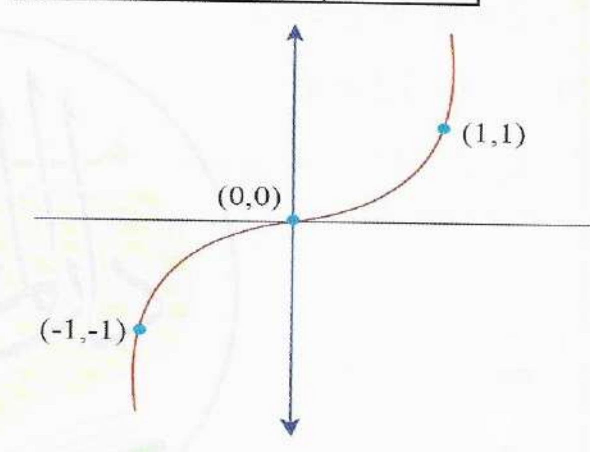
الدالة محدبة بالفترة $\{x : x \in R ; x < 0\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x \in R ; x > 0\}$

نقطة الانقلاب $(0,0)$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	0	(0,0)
1	1	(1,1)
-1	-1	(-1,-1)
2	32	(2,32)



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $x^2 - 2x - 3$

2002 دور (1)

Sol :

1) اوسع مجال للدالة **R**

2) **المحاذيات :**

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) **نقاط التقاطع**

مع محور الصادات

$x = 0 \Rightarrow y = -3$

$y = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$\Rightarrow x = 3 \quad or \quad x = -1$

$(0,-3), (3,0), (-1,0)$

نقاط التقاطع مع المحورين

4) **التناظر**

$f(-x) = (-x)^2 - 2(-x) - 3$

$= x^2 + 2x - 3 \neq -f(x)$

لايوجد تناظر

5) **النهايات الصغرى والعظمى**

$f'(x) = 2x - 2 \Rightarrow 2x - 2 = 0$

$2x = 2$

$x = 1$

$f(1) = 1 - 2 - 3 = -4$

نقطة حرجة $(1,-4)$

$x < 1$ $x > 1$

- - - - - - - - (1) + + + + + + + + +

صغرى

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R ; x > 1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R ; x < 1\}$

$(1,-4)$

6) **الانقلاب**

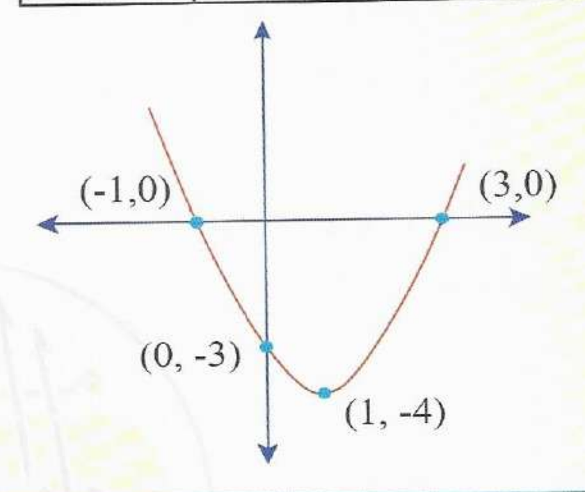
$f''(x) = 2 > 0$

الدالة مقعرة في كل مجالها

ولايوجد نقاط انقلاب

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	-3	(0 , -3)
0	3	(0,3)
-1	0	(-1,0)
1	-4	(1 , -4)



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=x^3+3x^2$

2001 دور (2)

Sol :

1) R اوسع مجال للدالة

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=0$

مع السينات $y=0 \Rightarrow x^3+3x^2=0$

$$x^2(x+3)=0$$

$x^2=0 \Rightarrow x=0$

$x+3=0 \Rightarrow x=-3$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين $(0,0)$, $(-3,0)$

4) التناظر

$f(-x)=(-x)^3+3(-x)^2$

$=-x^3+3x^2=-(x^3-3x^2)$

لايوجد تناظر $\neq -f(x)$

5) النهايات الصغرى والعظمى

$f'(x)=3x^2+6x \Rightarrow 3x^2+6x=0$

$3x(x+2)=0$, أما $3x=0 \Rightarrow x=0$

أو $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$f(-2)=-8+12=4$

نقاط حرجة $(0,0)$, $(-2,+4)$

x < -2 (-2,0) x > 0

+ + + + (-2) - - - - (0) + + + + f′(x)

عظمى صغرى

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R ; x > 0\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R ; x < -2\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R ; x \in (-2,0)\}$

نهاية صغرى $(0,0)$,نهاية عظمى $(-2,4)$

6) الانقلاب

$f''(x)=6x+6 \Rightarrow 6x+6=0$

$6x=-6 \Rightarrow x=-1$

نقطة الانقلاب $f(-1)=2 \Rightarrow (-1,2)$

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x) = x^4 - 2x^2$

2005 تمهيدي

Sol:

1) R اوسع مجال للدالة

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

$x = 0 \Rightarrow y = 0$ مع الصادات

$y = 0 \Rightarrow x^4 - 2x^2 = 0$ مع السينات

$x^2(x^2 - 2) = 0$

أما $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

أو $x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

$(0,0), (-\sqrt{2},0), (\sqrt{2},0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 = x^4 - 2x^2 = f(x)$

المنحني متناظر حول محور الصادلت

5) النهايات الصغرى والعظمى

$f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow 4x^3 - 4x = 0$

$4x(x^2 - 1) = 0$

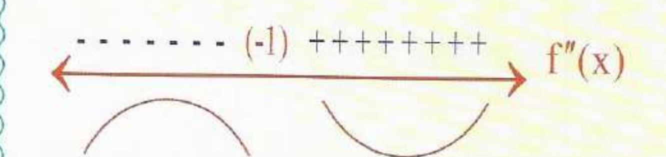
أما $4x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$

أو $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

$x = 1 \Rightarrow f(1) = -1$

or $x = -1 \Rightarrow f(-1) = -1$

$(0,0), (1,-1), (-1,-1)$ نقاط حرجة

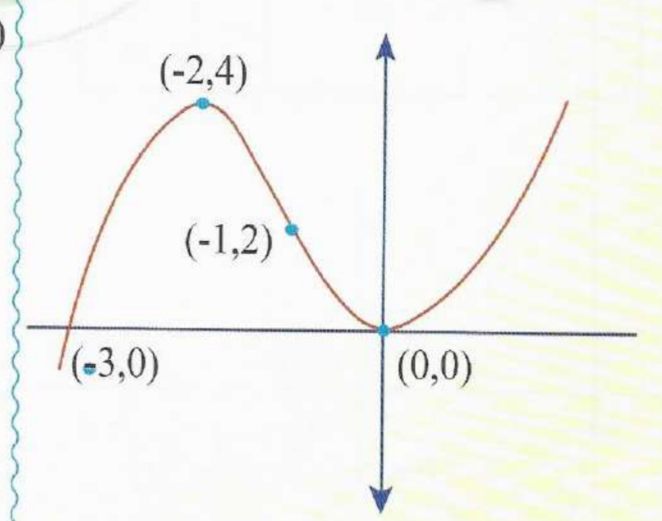


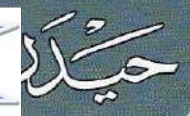
الدالة محدبة بالفترة $\{x : x \in R; x < -1\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x \in R; x > -1\}$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	0	(0 , 0)
-1	2	(-1,2)
-2	4	(-2,4)
-3	0	(-3,0)





$x<-1$	$(-1,0)$	$(0,1)$	$x>1$

$f'(x)$: - - - (-1) + + + (0) - - - (1) + + +

الدالة متزايدة بالفترة $\{x: x\in R; x>1\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x: x\in R; x<-1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x: x\in R; x\in(-1,0)\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x: x\in R; x\in(0,1)\}$

نهاية صغرى $(1,-1)$, نهاية صغرى $(-1,-1)$

نهاية عظمى $(0,0)$

6) الانقلاب

$$f''(x)=12x^2-4$$

$$12x^2-4=0 \Rightarrow 12x^2=4$$

$$x^2=\frac{1}{3} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$f(\frac{1}{\sqrt{3}})=\frac{1}{9}-\frac{2}{3}=\frac{-5}{9}$$

$$f(-\frac{1}{\sqrt{3}})=\frac{1}{9}-\frac{2}{3}=\frac{-5}{9}$$

+ + + + $(-\frac{1}{\sqrt{3}})$ - - - - $(\frac{1}{\sqrt{3}})$ + + + +

الدالة مقعرة بالفترة $\{x: x\in R; x>\frac{1}{\sqrt{3}}\}$

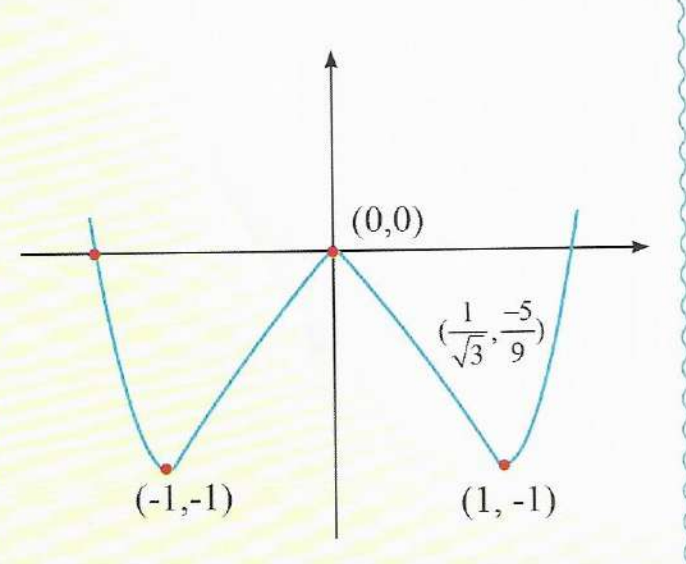
الدالة مقعرة بالفترة $\{x: x\in R; x<\frac{-1}{\sqrt{3}}\}$

الدالة محدبة بالفترة $\{x: x\in R; x\in(\frac{-1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}})\}$

نقاط الانقلاب $(\frac{-1}{\sqrt{3}},\frac{-5}{9})$, $(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{-5}{9})$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	0	(0, 0)
1	-1	(1, -1)
-1	-1	(-1,-1)
$(\frac{1}{\sqrt{3}})$	$\frac{-5}{9}$	$(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{-5}{9})$
$(-\frac{1}{\sqrt{3}})$	$\frac{-5}{9}$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{-5}{9})$



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x) = x^3 - 3x + 2$

2006 دور (1)

Sol :

1) اوسع مجال للدالة R

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x = 0 \Rightarrow y = 2$

مع السينات $y = 0 \Rightarrow x^3 - 3x + 2 = 0$

$(0,2)$

نقطة التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$$f(-x) = (-x)^3 - 3(-x) + 2 = -x^3 + 3x + 2$$
$$= -(x^3 - 3x - 2)$$

لايوجد تناظر $f(-x) \neq -f(x)$

5) النهايات الصغرى والعظمى

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 3$$
$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

أما $x = 1 \Rightarrow f(1) = 0$

أو $x = -1 \Rightarrow f(-1) = 4$

نقاط حرجة $(1,0), (-1,4)$

$x < -1$ $(-1,1)$ $x > 1$

+ + + + (-1) - - - - (1) + + + + $f'(x)$

عظمى   صغرى

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x > 1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x < -1\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R; x \in (-1,1)\}$

نهاية صغرى $(1,0)$, نهاية عظمى $(-1,4)$

6) الانقلاب

$$f''(x) = 6x \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$
$$f(0) = 2 \Rightarrow (0,2)$$

- - - - - - - - (0) + + + + + + + + $f''(x)$

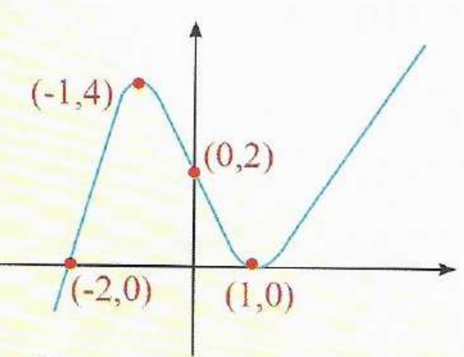
الدالة محدبة بالفترة $\{x : x \in R; x < 0\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x \in R; x > 0\}$

نقطة الانقلاب $(0,2)$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
1	0	(1, 0)
0	2	(0,2)
-1	4	(-1,4)
-2	0	(-2,0)



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=6x-2x^3$

2011 دور (1)
2015 دور (3)

Sol :

1) R اوسع مجال للدالة

2) : المحاذيات

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=0$

مع السينات $y=0 \Rightarrow 6x-2x^3=0$

$$2x(3-x^2)=0$$

$$\Rightarrow x=0 \text{ OR } x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$$

$(0,0),(\sqrt{3},0),(-\sqrt{3},0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$$f(-x)=6(-x)-2(-x)^3=-6x+2x^3$$
$$=-(6x-2x^3)$$
$$f(-x)=-f(x)$$

المنحني متناظر حول نقطة الاصل

5) النهايات الصغرى والعظمى

$$f'(x)=6-6x^2 \Rightarrow 6-6x^2=0$$

$$6x^2=6 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm1$$

$x=1 \Rightarrow f(1)=4$,(1,4)

x < -1 (-1,1) x >1
- - - - (-1) + + + + (1) - - - - f'(x)

صغرى عظمى

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x\in R; x>1\}$

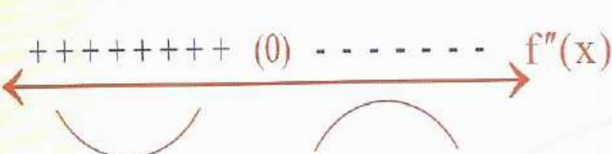
الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x\in R; x<-1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x\in R; x\in(-1,1)\}$

نهاية صغرى $(-1,-4)$, نهاية عظمى $(1,4)$

6) الانقلاب

$$f''(x)=-12x \Rightarrow -12x=0$$
$$x=0$$



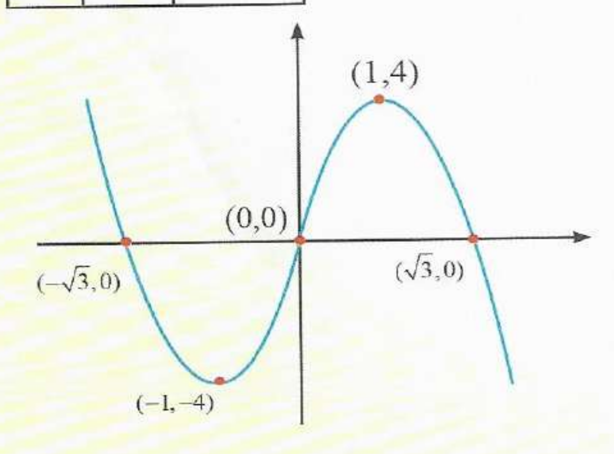
الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x\in R; x<0\}$

الدالة محدبة بالفترة $\{x : x\in R; x>0\}$

نقطة انقلاب $(0,0)$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	0	(0 , 0)
1	4	(1 , 4)
$\sqrt{3}$	0	$(\sqrt{3},0)$
$-\sqrt{3}$	0	$(-\sqrt{3},0)$
-1	-4	$(-1,-4)$



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x) = 2x^2 - x^4$

2012 دور (2)
2017 دور (2) تطبيقي
2018 دور (2) تطبيقي/خارج

Sol:

1) اوسع مجال للدالة R

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x = 0 \Rightarrow y = 0$

مع السينات $y = 0 \Rightarrow 2x^2 - x^4 = 0$

$2x^2(2 - x^2) = 0 \Rightarrow \quad 2x^2 = 0$

$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

$x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

$(0,0), (\sqrt{2},0), (-\sqrt{2},0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$f(-x) = 2(-x)^2 - (-x)^4$

$= 2x^2 - x^4$

$f(x) = f(-x)$

المنحني متناظر حول محور الصادات

5) النهايات الصغرى والعظمى

$f'(x) = 4x - 4x^3 \Rightarrow 4x - 4x^3 = 0$

$4x(1 - x^2) = 0$

$4x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 0$

$1 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

$x = 1 \Rightarrow f(1) = 1$

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 1$

$x < -1 \quad (-1,0) \quad (0,1) \quad x > 1$

$+++\ (-1)\ ---\ (0)\ +++\ (1)\ --- \quad f'(x)$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R; x > 1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x < -1\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R; x \in (-1,0)\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x \in (0,1)\}$

نهاية صغرى $(0,0)$ ، نهاية عظمى $(1,1)$ ، نهاية عظمى $(-1,1)$

6) الانقلاب

$f''(x) = 4 - 12x^2 = 0 \Rightarrow 12x^2 = 4$

$x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

$f(\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{2}{3} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$, $f(\frac{-1}{\sqrt{3}}) = \frac{2}{3} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$

$----\ (-\frac{1}{\sqrt{3}})\ +++\ +\ (\frac{1}{\sqrt{3}})\ ---- \quad f''(x)$

الدالة محدبة بالفترة $\left\{x : x \in R; x > \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

الدالة محدبة بالفترة $\left\{x : x \in R; x < \frac{-1}{\sqrt{3}}\right\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\left\{x : x \in R; x \in (\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})\right\}$

نقاط الانقلاب $(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{5}{9})$, $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{5}{9})$

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x) = 10 - 3x - x^2$

2013 تمهيدي

Sol:

1) اوسع مجال للدالة R

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x = 0 \Rightarrow y = 10$

مع السينات $y = 0 \Rightarrow 10 - 3x - x^2 = 0$

$(2 - x)(5 + x) = 0$

أما $2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$

أو $5 + x = 0 \Rightarrow x = -5$

$(0,10), (2,0), (-5,0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$f(-x) = 10 - 3(-x) - (-x)^2$

$= 10 + 3x - x^2$

لايوجد تناظر $f(-x) \neq -f(x)$

5) النهايات الصغرى والعظمى

$f'(x) = -3 - 2x \Rightarrow -3 - 2x = 0$

$-2x = 3 \Rightarrow x = \frac{-3}{2}$

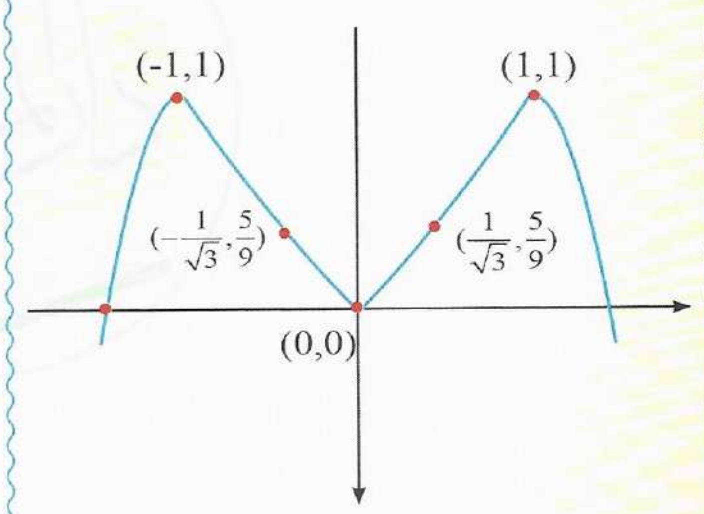
$f(\frac{-3}{2}) = 10 - 3(\frac{-3}{2}) - (\frac{-3}{2})^2$

$= 10 + \frac{9}{2} - \frac{9}{4}$

$= \frac{40 + 18 - 9}{4} = \frac{49}{4}$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	0	(0 , 0)
1	1	(1 , 1)
-1	1	(-1,1)
$(\frac{1}{\sqrt{3}})$	$\frac{5}{9}$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{5}{9})$
$(-\frac{1}{\sqrt{3}})$	$\frac{5}{9}$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{5}{9})$



$x < \frac{-3}{2}$ $x > \frac{-3}{2}$

$+++++++++(\frac{-3}{2})$ - - - - - - - -

الدالة متزايدة بالفترة $\left\{x : x \in R; x < \frac{-3}{2}\right\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\left\{x : x \in R; x > \frac{-3}{2}\right\}$

نقطة نهاية عظمى محلية $(\frac{-3}{2}, \frac{49}{4})$

6) الانقلاب

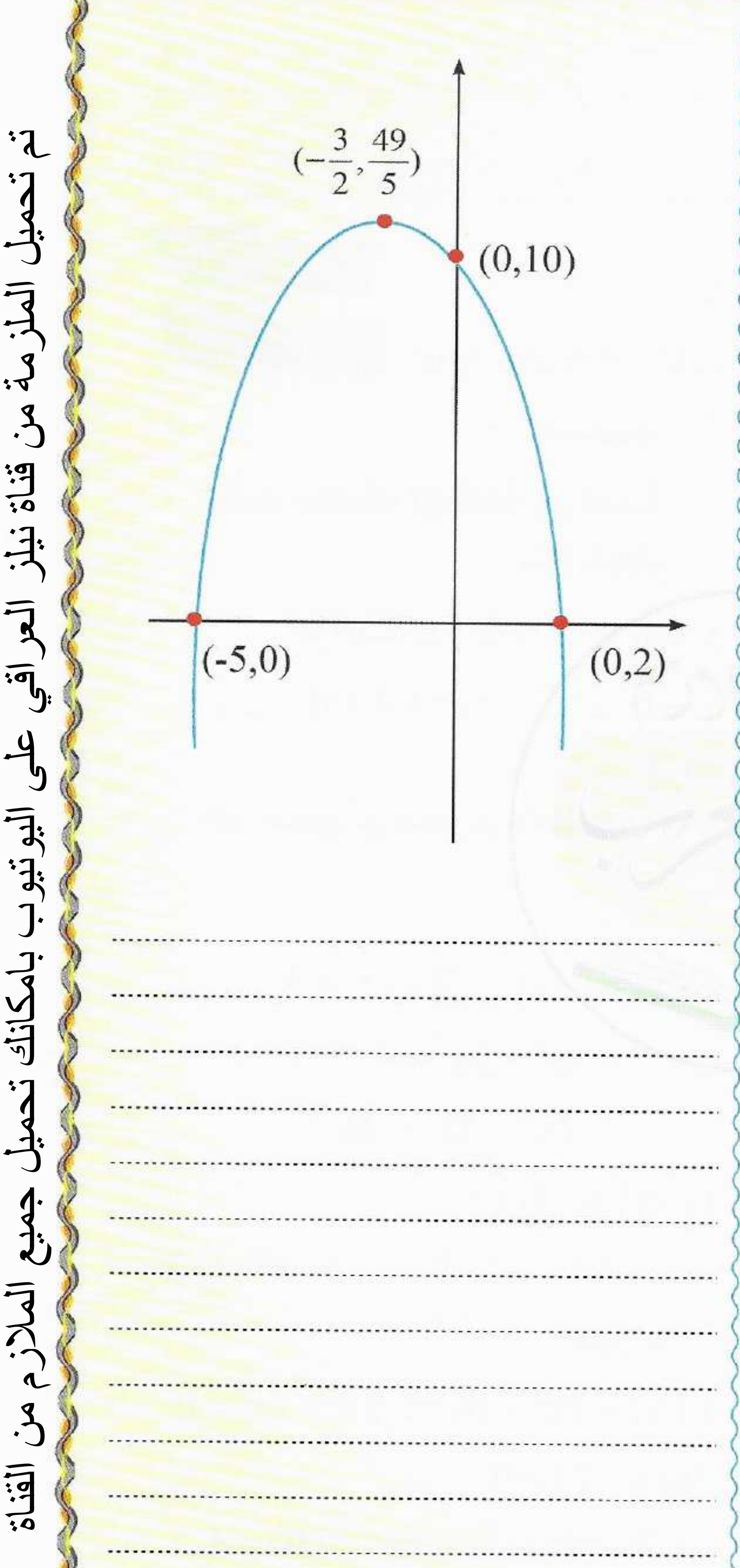
$f''(x) = -2$

الدالة محدبة في كل مجالها

ولايوجد نقاط انقلاب

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	10	(0 , 10)
2	0	(2 , 0)
-5	0	(-5,0)
$-\frac{3}{2}$	$\frac{49}{5}$	$(-\frac{3}{2},\frac{49}{5})$



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=x^3-3x^2+4$

2015 تمهيدي
2019 دور (3) تطبيقي

Sol:

1) R اوسع مجال للدالة

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=4$

مع السينات $y=0 \Rightarrow x^3-3x^2+4=0$

$(0,4)$

نقطة التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$$f'(x)=(-x)^3-3(-x)^2+4$$
$$=-x^3-3x^2+4$$
$$=-(x^3+3x^2-4)$$
$$f(-x)\neq -f(x)$$

لايوجد تناظرمع محور الصادات ونقطة الاصل

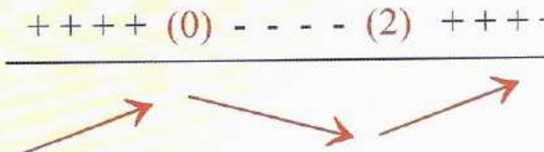
5) النهايات

$$f'(x)=3x^2-6x \Rightarrow 3x^2-6x=0$$
$$3x(x-2)=0$$

أما $3x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow f(0)=4$

أو $x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow f(2)=0$

$x<0 \qquad (0,2) \qquad x>2$



الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x\in R ; x>2\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x\in R ; x<0\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x\in R ; x\in(0,2)\}$

نهاية صغرى $(0,2)$, نهاية عظمى $(0,4)$

6) الانقلاب

$$f''(x)=6x-6 \Rightarrow 6x-6=0$$
$$6x=6 \Rightarrow x=1 \Rightarrow f(1)=2$$

$x<1 \qquad x>1$

- - - - - - - - (1) ++++++++ $f''(x)$

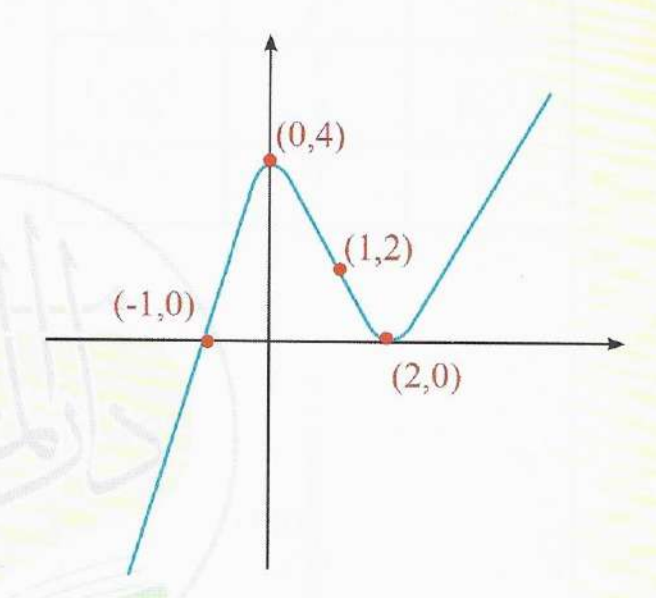
الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x\in R ; x>1\}$

الدالة محدبة بالفترة $\{x : x\in R ; x<1\}$

نقطة انقلاب $(1,2)$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	4	(0, 4)
1	2	(1,2)
2	0	(2,0)
-1	0	(-1,0)



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=(x^2-1)^2$

2000 دور (1)

Sol :

1) اوسع مجال للدالة R

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=1$

مع السينات $y=0$

$(x^2-1)^2=0 \Rightarrow x^2-1=0$

$(0,1),(-1,0),(1,0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$$f(-x)=(-x)^4-2(-x)^2+1$$
$$=x^4-2x^2+1$$
$$f(x)=f(-x)$$

المنحني متناظر حول محور الصادات

5) النهايات الصغرى والعظمى

$$f'(x)=4x^3-4x \Rightarrow 4x^3-4x=0$$
$$4x(x^2-1)=0$$

أما $4x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow f(0)=1$

أو $x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$

$\Rightarrow f(1)=0$ OR $\Rightarrow f(-1)=0$

	x < -1	(-1,0)	(0,1)	x > 1
اشارة المشتقة الاولى	- - - (-1)	+ + + (0)	- - - (1)	+ + +

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R ; x>1\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R ; x<-1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R ; x \in (-1,0)\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R ; x \in (0,1)\}$

نهاية صغرى $(1,0)$, نهاية صغرى $(-1,0)$

نهاية عظمى $(0,1)$

6) الانقلاب

$$f''(x) = 12x^2 - 4 = 0 \Rightarrow 12x^2 = 4$$

$$x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$f(\frac{1}{\sqrt{3}}) = \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{4}{9}$$

$$f(\frac{-1}{\sqrt{3}}) = \frac{1}{9} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{4}{9}$$

$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{4}{9}), (-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{4}{9})$ نقطة انقلاب

اشارة المشتقة الثانية: $+++ + (-\frac{1}{\sqrt{3}})$ - - - - $(\frac{1}{\sqrt{3}})$ $+++ +$

$\{x : x \in R; x > \frac{1}{\sqrt{3}}\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$\{x : x \in R; x < -\frac{1}{\sqrt{3}}\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$\{x : x \in R; x \in (\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})\}$ الدالة محدبة بالفترة

$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{4}{9}), (\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{4}{9})$ نقطة الانقلاب

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	1	(0 , 1)
1	0	(1 , 0)
$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{4}{9}$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{4}{9})$
$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{4}{9}$	$(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{4}{9})$
-1	0	(-1,0)

(0,1)
$(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{4}{9})$
$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{4}{9})$
(-1,0)
(1,0)

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=(x+2)(x-1)^2$

2005 دور (1)
2008 دور (1)

Sol:

1) R اوسع مجال للدالة

2) المحاذيات :

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

$x=0 \Rightarrow y=2$ مع الصادات

$y=0 \Rightarrow (x+2)(x-1)^2=0$ مع السينات

$(x+2)=0 \Rightarrow x=-2$

$(x-1)^2=0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$

$(0,2),(-2,0),(1,0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$f(-x)=(-x+2)(-x-1)^2=0$

$=-(x-2)(-x-1)^2$

$f(-x)\neq -f(x)$

لايوجد تناظر

2010 دور (1)
1996 دور (1)

5) النهايات

$f(x)=(x+2)(x-1)^2=0$

$=(x+2)(x^2-2x+1)$ حاصل ضرب دالتين

$f'(x)=(x+2)(2x-2)+(x^2-2x+1)(1)$

$=2x^2-2x+4x-4+x^2-2x+1$

$=3x^2-3$

$3x^2-3=0 \Rightarrow 3x^2=3 \Rightarrow x^2=1$

$x=\pm 1$

$x=1 \Rightarrow f(1)=0$

or $x=-1 \Rightarrow f(-1)=4$

اشارة المشتقة الاولى: $x<-1$: ++++ ، (-1) ، $(-1,1)$: - - - - ، (1) ، $x>1$: ++++

$\{x: x\in R; x>1\}$ الدالة متزايدة بالفترة

$\{x: x\in R; x<-1\}$ الدالة متزايدة بالفترة

$\{x: x\in R; x\in(-1,1)\}$ الدالة متناقصة بالفترة

$(-1,4)$ نهاية عظمى , $(1,0)$ نهاية صغرى

6) الانقلاب

$f''(x)=6x \Rightarrow 6x=0 \Rightarrow x=0$

$f(0)=2 \Rightarrow (0,2)$ نقطة انقلاب

اشارة المشتقة الثانية: $x<0$: - - - - - - - - ، (0) ، $x>0$: ++++++++

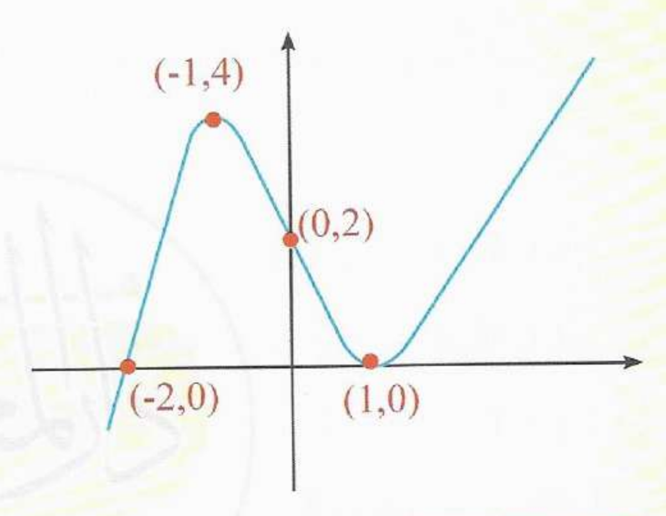
$\{x: x\in R; x>0\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$\{x: x\in R; x<0\}$ الدالة محدبة بالفترة

$(0,2)$ نقطة انقلاب

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	2	(0 , 2)
1	0	(1 , 0)
-1	4	(-1 , 4)
-2	0	(-2,0)



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=(1-x)^3+1$

2011 دور (2)
2013 دور (2)
2016 تمهيدي

Sol :

1) R اوسع مجال للدالة

2) : المحاذيات

لاتوجد محاذيات لان الدالة غير نسبية

3) نقاط التقاطع

$x=0 \Rightarrow y=2$ مع الصادات

$y=0 \Rightarrow (1-x)^3+1=0$ مع السينات

$(1-x)^3=-1 \overset{\text{بالجذر التكعيبي}}{\Rightarrow} 1-x=-1$

$x=2$

$(0,2),(2,0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$f(-x)=(1+x)^3+1=-\left[(-1-x)^3-1\right]$

$f(-x)\neq -f(x)$

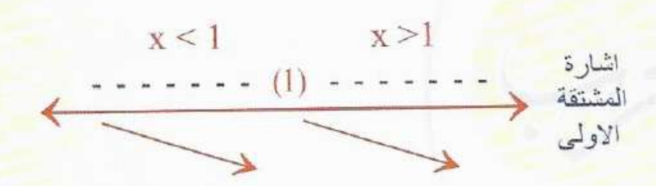
لايوجد تناظر

5) النهايات

$f'(x)=3(1-x)^2(-1)=-3(1-x)^2=0$

$(1-x)^2=0 \Rightarrow 1-x=0 \Rightarrow x=1$

$f(1)=1 \Rightarrow (1,1)$



$\{x : x\in R; x>1\}$ الدالة متناقصة بالفترة

$\{x : x\in R; x<1\}$ الدالة متناقصة بالفترة

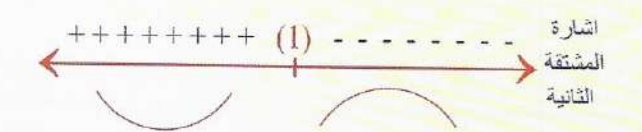
$(1,1)$ نقطة حرجة

6) الانقلاب

$f''(x)=-6(1-x)(-1)$

$=6(1-x)=0 \Rightarrow 1-x=0$

$\Rightarrow x=1 \Rightarrow f(1)=1$



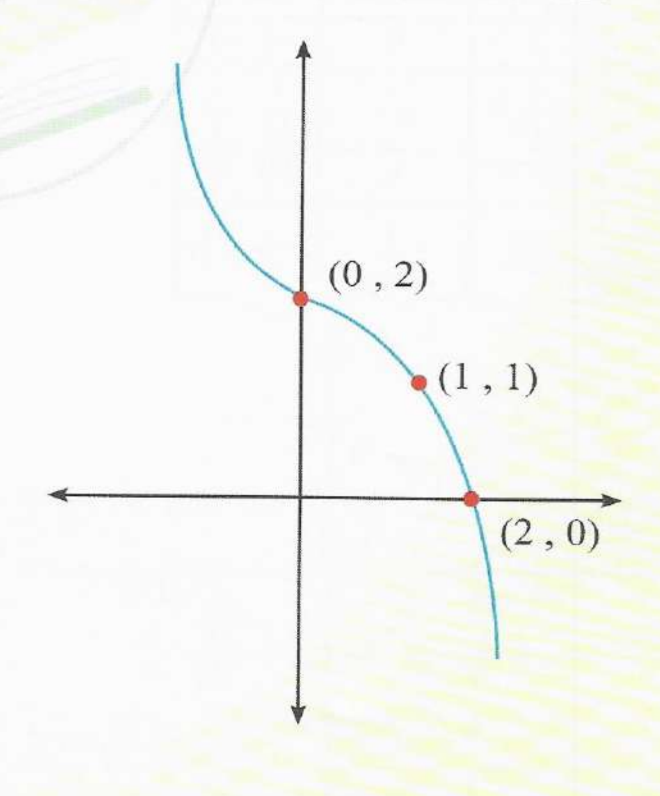
الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x \in R; x < 1\}$

الدالة محدبة بالفترة $\{x : x \in R; x > 1\}$

نقطة انقلاب $(1,1)$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	2	(0 , 2)
1	1	(1 , 1)
2	0	(2 , 0)



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

Sol :

1) R اوسع مجال للدالة $x^2 + 1 = 0$ يهمل $\notin R$

2) المحاذيات :

1.الشاقولي لايوجد

$(x^2 + 1) \neq 0$

2.الافقي

$f(x) = \dfrac{1x^2 - 1}{1x^2 + 1}$

$y = \dfrac{1}{1} \Rightarrow y = 1$

1997 دور (1)

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x = 0 \Rightarrow y = -1$

$y = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

$(0,-1), (1,0), (-1,0)$

نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$f(-x) = \dfrac{(-x)^2 - 1}{(-x)^2 + 1} = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$f(-x) = f(x)$

المنحني متناظر حول محور الصادات

5) النهايات

$f'(x) = \dfrac{(x^2+1)(2x) - (x^2-1)(2x)}{(x^2+1)^2}$

$= \dfrac{2x^3 + 2x - 2x^3 + 2x}{(x^2+1)^2}$

$= \dfrac{4x}{(x^2+1)^2} = 0 \Rightarrow 4x = 0$

$x = 0 \Rightarrow f(0) = -1$

	$x<0$		$x>0$
اشارة المشتقة الاولى	- - - - - - - -	(0)	+ + + + + + +

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R ; x > 0\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x : x \in R ; x < 0\}$

نقطة نهاية صغرى محلية $(0,-1)$

6) الانقلاب

$$f''(x)=\frac{(x^2+1)^2(4)-4x.2(x^2+1)2x}{(x^2+1)^4}$$

$$f''(x)=\frac{4(x^2+1)^2-16x^2(x^2+1)}{(x^2+1)^4}$$

$$f''(x)=\frac{(x^2+1)\left[4(x^2+1)-16x^2\right]}{(x^2+1)^4}$$

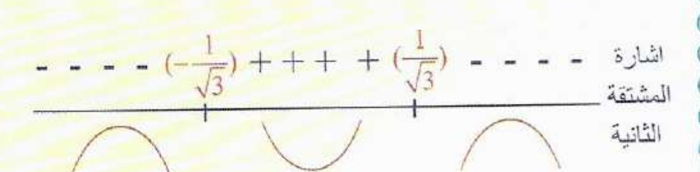
$$f''(x)=\frac{4x^2+4-16x^2}{(x^2+1)^3}$$

$$f''(x)=\frac{4-12x^2}{(x^2+1)^3}=0$$

$$4-12x^2=0 \Rightarrow 12x^2=4 \Rightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$f(\frac{1}{\sqrt{3}})=\frac{\frac{1}{3}-1}{\frac{1}{3}+1}=\frac{\frac{-2}{3}}{\frac{4}{3}}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$$

$$f(\frac{-1}{\sqrt{3}})=\frac{\frac{1}{3}-1}{\frac{1}{3}+1}=\frac{\frac{-2}{3}}{\frac{4}{3}}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$$



الدالة محدبة $\left\{x : x \in R ; x > \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

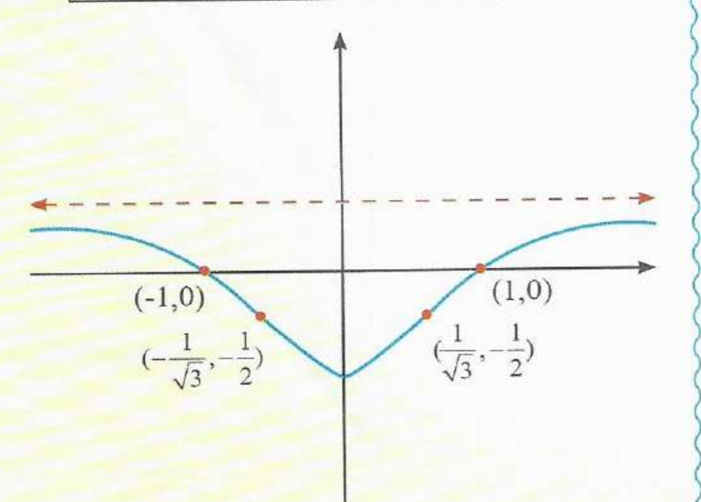
الدالة محدبة $\left\{x : x \in R ; x < \frac{-1}{\sqrt{3}}\right\}$

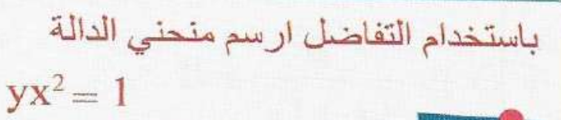
الدالة مقعرة $\left\{x : x \in R ; x \in (-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})\right\}$

نقاط انقلاب $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{2}), (\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{2})$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	-1	(0 , - 1)
1	0	(1 , 0)
$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{-1}{2}$	$(\frac{1}{\sqrt{3}},-\frac{1}{2})$
-1	0	(-1 , 0)
$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{2}$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}},-\frac{1}{2})$





باستخدام التفاضل ارسم منحني الدالة

$yx^2 = 1$

2018 دور (2) تطبيقي

Sol :

$y = \frac{1}{x^2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x^2}$

1) اوسع مجال للدالة هي $R/\{0\}$

2) نقاط التقاطع مع المحورين

أ) مع السينات $y = 0$

$\frac{1}{x^2} = 0$ لايوجد

ب) مع الصادات $x = 0$

$f(0) = \frac{1}{0}$ لايوجد

3) التناظر

$f(-x) = \frac{1}{(-x)^2} = \frac{1}{x^2} = f(x)$

التناظر حول الصادات

4) المحاذيات

الافقي $y = 0$

الشاقولي $x = 0$

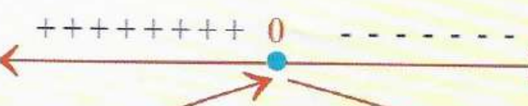
5) النهايات $f(x) = x^{-2}$

$f'(x) = -2x^{-3}$

$f'(x) = \frac{-2}{x^3}$

$\frac{-2}{x^3} = 0$

$-2 \neq 0$ لايمكن



مناطق التناقص $\{x : x > 0\}$

مناطق التزايد $\{x : x < 0\}$

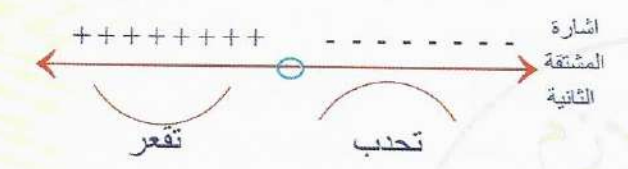
6) الانقلاب والتقعر والتحدب

$f'(x) = -2x^{-3}$

$f''(x) = 6x^{-4}$

$\frac{6}{x^4} = 0$

$6 \neq 0$ لايمكن



الدالة محدبة $\{x : x > 0\}$

الدالة مقعرة $\{x : x < 0\}$

7) الجدول والرسم

(x,y)	x	y
	1	1
	-1	1
	2	$\frac{1}{4}$
	-2	$\frac{1}{4}$

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$

2009 تمهيدي

2014 خارج القطر

Sol :

1) $x+1=0$

$x=-1 \Rightarrow R/\{-1\}$ **اوسع مجال للدالة**

2) **المحاذي الافقي** $y=0$

المحاذي العمودي $x=-1$

3) **نقاط التقاطع**

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=1$

مع السينات $y=0$ غير ممكن

نقطة التقاطع مع محور الصادات $(0,1)$

4) **التناظر**

$$f(-x)=\frac{1}{-x+1}$$

$$=\frac{-1}{-x+1}$$

$f(-x)\neq -f(x)$ لايوجد تناظر

5) **النهايات**

$$f'(x)=\frac{-1}{(x+1)^2}\neq 0$$

اشارة المشتقة الاولى: - - - - - - (-1) - - - - - -

$\{x : x\in R; x>-1\}$ الدالة متناقصة

$\{x : x\in R; x<-1\}$ الدالة متناقصة

6) **الانقلاب**

$$f''(x)=\frac{(x+1)^2.(0)+1[2(x+1)]}{(x+1)^4}$$

$$f''(x)=\frac{2}{(x+1)^3}\neq 0$$

اي انه لايوجد نقاط انقلاب

اشارة المشتقة الثانية: $x<-1$ - - - - - - - (-1) + + + + + + + + $x>-1$

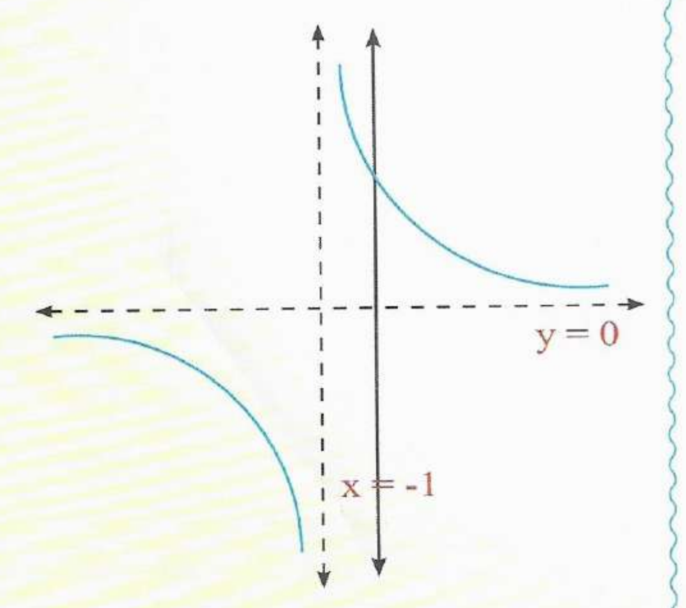
$\{x : x\in R; x>-1\}$ الدالة مقعرة بالفترة

$\{x : x\in R; x<-1\}$ الدالة محدبة بالفترة

7) **الجدول والرسم**

x	y	(x,y)
0	1	(0 , 1)
2	$\frac{1}{3}$	$(2,\frac{1}{3})$
3	$\frac{1}{4}$	$(2,\frac{1}{4})$

نعوض النقاط بالمعادلة الاصلية



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$

2012 تمهيدي

1) اوسع مجال للدالة

$R/\{0\}$

2) المحاذي الافقي $y=0$

المحاذي العمودي $x=0$

3) نقاط التقاطع

$x=0 \Rightarrow y=$ كمية غير معرفة

$y=0 \Rightarrow x=$ غير معرف

لاتوجد نقاط تقاطع $x\neq 0, y\neq 0$

4) التناظر

$$f(-x)=\frac{1}{(-x)}=-(\frac{1}{x})=-f(x)$$

المنحني متناظر حول نقطة الاصل

5) النهايات

$$f'(x)=\frac{(x)(0)-(1)(1)}{x^2}=\frac{-1}{x^2}\neq 0$$

لاتوجد نقاط حرجة

اشارة المشتقة الاولى: $x<0$: - - - - - - - - (0) - - - - - - - - : $x>0$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x: x\in R; x>0\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x: x\in R; x<0\}$

6) الانقلاب

$$f''(x)=\frac{x^2.(0)-(-1)(2x)}{x^4}=\frac{2}{x^3}\neq 0$$

لايوجد نقاط انقلاب

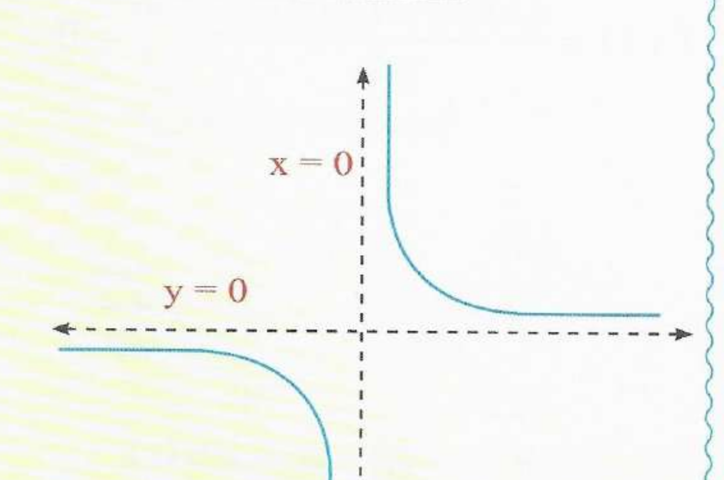
اشارة المشتقة الثانية: $x<0$: - - - - - - - - (0) + + + + + + + + + : $x>0$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x: x\in R; x>0\}$

الدالة محدبة بالفترة $\{x: x\in R; x<0\}$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
1	1	(1 , 1)
2	$\frac{1}{2}$	$(2,\frac{1}{2})$
3	$\frac{1}{3}$	$(3,\frac{1}{3})$



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=\frac{3}{x^2}$

2014 دور (3)

Sol :

1) اوسع مجال للدالة $R/\{0\}$

2) المحاذي الافقي $y=0$

المحاذي العمودي $x=0$

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=\infty$

مع السينات $y=0 \Rightarrow x=\infty$

$x\neq 0, y\neq 0$

لاتوجد نقاط التقاطع مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

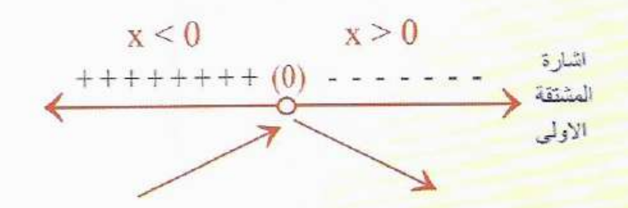
$$f(-x)=\frac{3}{(-x)^2}=\frac{3}{x^2}=f(x)$$

الدالة متناظرة حول محور الصادات

5) النهايات

$$f'(x)=\frac{(x)(0)-(3)(2x)}{x^4}=\frac{-6}{x^3}\neq 0$$

اي انه لاتوجد نقاط حرجة



الدالة متناقصة بالفترة $\{x: x\in R; x>0\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x: x\in R; x<0\}$

6) الانقلاب

$$f''(x)=\frac{x^2.(0)-(-6)(3x^2)}{x^6}=\frac{18}{x^4}\neq 0$$

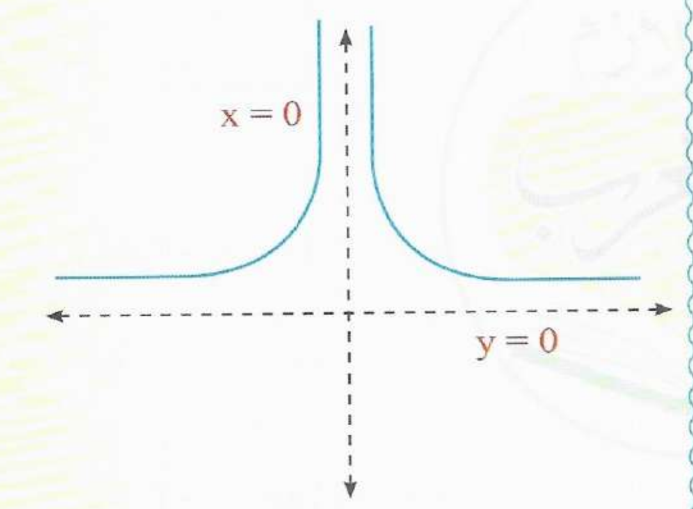
x < 0   x > 0

++++++++ (0) ++++++++ اشارة المشتقة الثانية

الدالة مقعرة بالفترة $\{x: x\in R; x>0\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x: x\in R; x<0\}$

7) الرسم



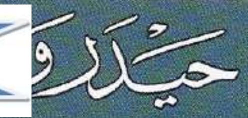
باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $y\,x^2=1$

2018 دور (2) تطبيقي - داخل

Sol :

$$y=\frac{1}{x^2}$$

ونكمل الحل بنفس طريقة حل السؤال السابق



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=\frac{6}{x^2+3}$

2015 دور (2) خارج القطر

Sol:

1) اوسع مجال للدالة R

2) المحاذي العمودي لايوجد

المحاذي الافقي $y=0$

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=2$

$y\neq 0$

نقطة التقاطع مع المحور الصادي $(0,2)$

4) التناظر

$$f(-x)=\frac{6}{(-x)^2+3}=\frac{6}{x^2+3}$$

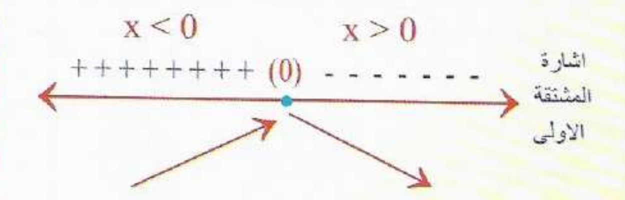
$f(x)=f(-x)$

المنحني متناظر حول محور الصادات

5) النهايات

$$f'(x)=\frac{(x^2+3)(0)-6(2x)}{(x^2+3)^2}=\frac{-12x}{(x^2+3)^2}=0$$

$-12x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow f(0)=2$



الدالة متزايدة بالفترة $\{x: x\in R; x<0\}$

الدالة متناقصة بالفترة $\{x: x\in R; x>0\}$

نقطة نهاية عظمى محلية $(0,2)$

6) الانقلاب

$$f''(x)=\frac{(x^2+3)^2.(-12)-(-12x).2(x^2+3).2x}{(x^2+3)^4}$$

$$=\frac{-12(x^2+3)^2+48x^2(x^2+3)}{(x^2+3)^4}$$

$$=\frac{36x^2-36}{(x^2+3)^4}=0$$

$36x^2=36 \Rightarrow x=\pm 1$

$$x=1 \Rightarrow f(1)=\frac{6}{1+3}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

$$x=-1 \Rightarrow f(-1)=\frac{6}{1+3}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

اشارة المشتقة الثانية: ++++ (-1) - - - - (1) ++++

الدالة مقعرة بالفترة $\{x: x\in R; x>1\}$

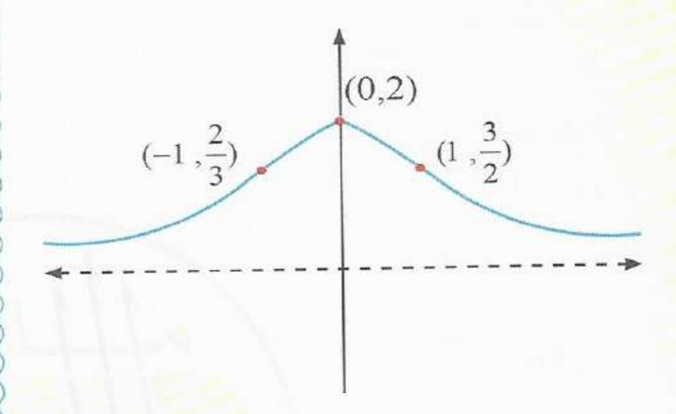
الدالة مقعرة بالفترة $\{x: x\in R; x<-1\}$

الدالة محدبة بالفترة $\{x: x\in R; x\in(-1,1)\}$

نقاط انقلاب $(1,\frac{3}{2})$, $(-1,\frac{3}{2})$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	2	(0 , 2)
1	$\frac{2}{3}$	$(1,\frac{3}{2})$
-1	$\frac{3}{2}$	$(-1,\frac{2}{3})$



باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$

2016 دور (2)
2018 دور (2) تطبيقي- خارج

Sol:

1) $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$R/\{-1\}$ اوسع مجال للدالة

2) **المحاذي العمودي $x=-1$**

المحاذي الافقي $y=1$

3) **نقاط التقاطع**

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=-1$

مع السينات $y=0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1$

نقطتي التقاطع $(0,-1),(1,0)$

مع المحورين الاحداثيين

4) **التناظر**

$$f(x)=\frac{x-1}{x+1}$$

$$f(-x)=\frac{-x-1}{-x+1}$$

$$\frac{-(x+1)}{-x+1}$$

$f(-x)\neq -f(-x)$ لايوجد تناظر

5) **النهايات**

$$f'(x)=\frac{(x+1)(1)-(x-1)(1)}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{x+1-x+1}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)^2}\neq 0$$

اي انه لاتوجد نقاط حرجة

اشارة المشتقة الاولى: $x<-1$: + + + + + + +   (-1) $x>-1$: + + + + + + +

الدالة متزايدة بالفترة $\{x:x\in R;x>-1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x:x\in R;x<-1\}$

6) **الانقلاب**

$$f''(x)=\frac{(x+1)^2(0)-2[2(x+1)]}{(x+1)^4}$$

$$=\frac{-4}{(x+1)^3}\neq 0$$ لاتوجد نقاط انقلاب

اشارة المشتقة الثانية: $x<-1$: + + + + + + + +   (-1) $x>-1$: - - - - - - - -

الدالة محدبة بالفترة $\{x:x\in R;x>-1\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x:x\in R;x<-1\}$

باستخدام معلوماتك بالتفاضل ارسم منحني الدالة $f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$

2018 احيائي تمهيدي

Sol :

1) $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$R/\{-1\}$ اوسع مجال للدالة

2) المحاذي العمودي $x = -1$

المحاذي الافقي $y = 3$

3) نقاط التقاطع

مع الصادات $x=0 \Rightarrow y=-1$

مع السينات $y=0 \Rightarrow 3x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{3}$

نقطتي التقاطع $(0,-1)$, $(\frac{1}{3},0)$

مع المحورين الاحداثيين

4) التناظر

$$f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$$

$$f(-x)=\frac{-3x-1}{-x+1}$$

$$=\frac{-(3x+1)}{-x+1}$$

لايوجد تناظر $f(-x)\neq -f(x)$

5) النهايات

$$f'(x)=\frac{(x+1)(3)-(3x-1)(1)}{(x+1)^2}$$

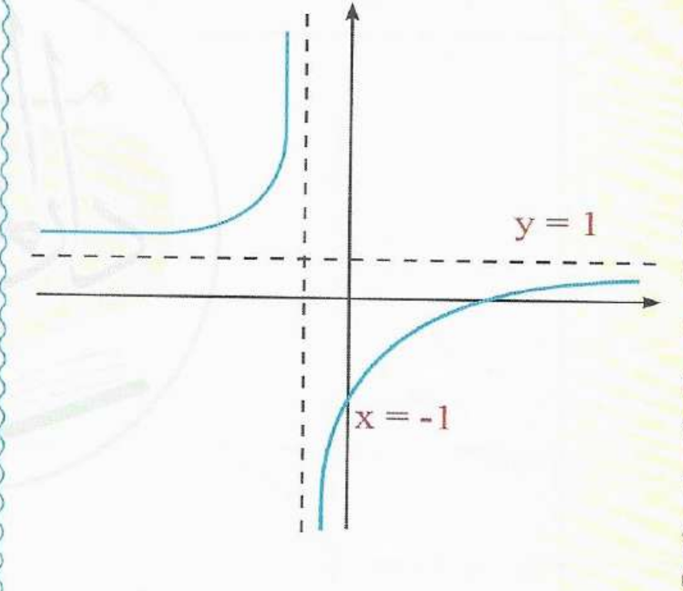
$$=\frac{3x+3-3x+1}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{4}{(x+1)^2}\neq 0$$

اي انه لاتوجد نقاط حرجة

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	-1	(0 , -1)
1	0	(0 , 1)
2	$\frac{1}{3}$	$(2 ,\frac{1}{3})$



x < -1   x > -1

+++++++ (-1) +++++++

اشارة المشتقة الاولى

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x > -1\}$

الدالة متزايدة بالفترة $\{x : x \in R; x < -1\}$

6) الانقلاب

$$f''(x) = \frac{(x+1)^2(0) - 4[2(x+1)]}{(x+1)^4}$$

$$= \frac{-8}{(x+1)^3} \neq 0$$

اي انه لاتوجد نقاط انقلاب

x < -1   x > -1

+++++++++ (-1) - - - - - - -

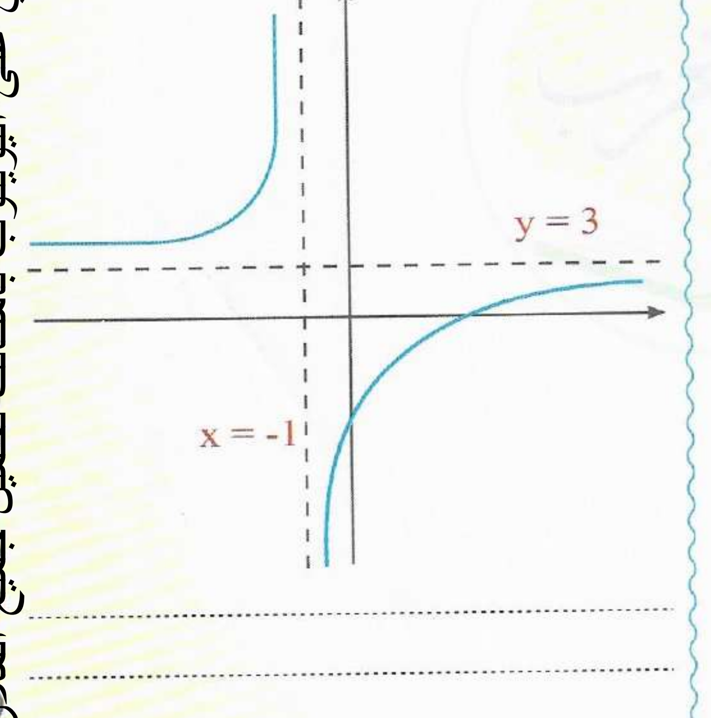
اشارة المشتقة الثانية

الدالة محدبة بالفترة $\{x : x \in R; x > -1\}$

الدالة مقعرة بالفترة $\{x : x \in R; x < -1\}$

7) الجدول والرسم

x	y	(x,y)
0	-1	(0 , -1)
$\frac{1}{3}$	0	$(\frac{1}{3}, 0)$
1	1	(1 , 1)
2	$\frac{5}{3}$	$(2, \frac{5}{3})$



الاسئلة الوزارية الخاصة بالتطبيقات العملية

1 برهن ان اكبر مستطيل محيطه 40cm يكون مربعاً

2005 تمهيدي

Sol :

نفرض بعدي المستطيل

x, y

$A = (x.y)$............ ① القاعدة

$P = 2(x + y) \Rightarrow 40 = 2(x + y)$

$20 = x + y \Rightarrow x = 20 - y$..... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$A = (20 - y)y$

$A = 20y - y^2$

$A' = 20 - 2y \Rightarrow 20 - 2y = 0$

$2y = 20 \Rightarrow y = 10\ cm$

$x = 20 - 10 \Rightarrow x = 10\ cm$

2 جد ابعاد مستطيل محيطه 100cm ومساحته اكبر ما يمكن

2010 تمهيدي

Sol :

نفرض بعدي المستطيل

x, y

$A = x.y$........ ① القاعدة

$P = 2(x + y) \Rightarrow 100 = 2(x + y)$

$50 = x + y \Rightarrow x = 50 - y$...... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$A = (50 - y)y$

$A = 50y - y^2$

$A' = 50 - 2y$

$50 - 2y = 0$

$2y = 50y = 25\ cm$

$x = 50 - 25$

3 جد اقل محيط ممكن لمستطيل مساحته $16cm^2$

2005 دور (1)، 2006 دور (2)، 2011 تمهيدي، 2014 تمهيدي

Sol :

نفرض ان طول المستطيل = x

نفرض ان عرض المستطيل = y

$P = 2(x + y)$......... ① القاعدة

$A = x.y$

$16 = x.y \Rightarrow y = \frac{16}{x}$...... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$P = 2(x + \frac{16}{x})$

$P' = 2(1 - 16x^{-2})$

$2(1 - 16x^{-2}) = 0$

$1 - 16x^{-2} = 0 \Rightarrow \frac{16}{x^2} = 1$

$x^2 = 16 \Rightarrow x = 4\ cm$

$y = \frac{16}{x} \Rightarrow y = \frac{16}{4} = 4\ cm$

$P = 2(4 + 4)$

$P = 2(8)$

$P = 16\ cm$

4

جد اقل محيط ممكن لمستطيل مساحته 25cm

2017 دور (3) احيائي - داخل

Sol :

$P = 2(x + y)$....... ① القاعدة

$A = x.y$

$25 = x.y \Rightarrow y = \frac{25}{x}$..... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$P = 2(x + \frac{25}{x})$

$= 2(x + 25x^{-1})$

$P' = 2(1 - 25x^{-2}) = 0$

$\left[1 - \frac{25}{x^2} = 0\right].x^2$

$x^2 - 25 = 0$

$x^2 = 25$

$x = 5$

$y = \frac{25}{x}$

$y = \frac{25}{5}$

$y = 5$

$P = 2(5 + 5)$

$P = 2(10)$

$P = 20$ cm

5

جد اقل محيط ممكن للمستطيل الذي مساحته ($36cm^3$)

2019 دور (1) احيائي

نفرض الطول x

نفرض العرض y

$P = 2(x + y)$......① القاعدة

$A = xy \Rightarrow 36 = xy$

$y = \frac{36}{x}$............② العلاقة

نعوض ② في ①

$P = 2(x + \frac{36}{x})$

$P = 2(x + 36x^{-1})$

$P' = 2\left[1 - 36x^{-2}\right]$

$= 2\left[1 - \frac{36}{x^2}\right]$

$2\left[1 - \frac{36}{x^2}\right] = 0] \div 2$

$1 - \frac{36}{x^2} = 0\Big].x^2$

$x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x^2 = 36$

$x = 6$ in ②

$y = \frac{36}{x} = \frac{36}{6} \Rightarrow y = 6$

$P = 2(6 + 6) = 24$

6

حاوية على هيئة اسطوانية دائرية قائمة حجمها $216\pi\ cm^3$ جد ابعادها اذا كانت مساحة المعدن المستخدم في صناعتها اقل ما يمكن مع العلم ان الحاوية مفتوحة من الاعلى.

1998 دور (1) — 2016 دور (2) — 2018 تمهيدي

نفرض نصف قطرقاعدة الاسطوانة $= r$

نفرض ارتفاع الاسطوانة $= h$

المساحة السطحية (بدون غطاء) = (المساحة الجانبية) محيط القاعدة × الارتفاع + مساحة القاعدة

$A = 2\pi rh + \pi r^2$ .... ① القاعدة

$V = \pi r^2 h \Rightarrow 216\pi = \pi r^2 h$

$h = \frac{216}{r^2}$ .... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$A = 2\pi r(\frac{216}{r^2}) + \pi r^2$

$A = \pi(432r^{-1} + r^2)$

$A' = \pi(-432r^{-2} + 2r)$

$\left[\frac{-432}{r^2} + 2r = 0\right].r^2$

$-432 + 2r^3 = 0 \Rightarrow 2r^3 = 432$

$r^3 = 216 \overset{\text{بالجذر التكعيبي}}{\Rightarrow} r = 6\ cm$ نصف القطر

$h = \frac{216}{6} = 6\ cm$ ارتفاعها

7

جد بعدي علبة اسطوانية دائرية قائمة مسدودة من نهايتيها , مساحتها السطحية $24\pi\ cm^2$ عندما يكون حجمها اكبر ما يمكن

2001 دور (1) — 2004 دور (2)

Sol :

نفرض ان نصف قطر القاعدة $= r$

نفرض ان الارتفاع $= h$

$V = \pi r^2 h$ .... ① القاعدة

المساحة السطحية للاسطوانة = المساحة الجانبية + 2 × مساحة القاعدة

$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$

$\left[24\pi = 2\pi rh + 2\pi r^2\right] \div 2\pi$

$12 = rh + r^2 \Rightarrow rh = 12 - r^2$

$h = \frac{12 - r^2}{r}$ .... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$V = \pi r^2 (\frac{12 - r^2}{r})$

$V = \pi(12r - r^3)$

$V' = \pi(12 - 3r^2)$

$\pi(12 - 3r^2) = 0 \Rightarrow 3r^2 = 12$

$r^2 = 4 \Rightarrow r = 2cm$

نعوض قيمة ⓡ في ②

$h = \frac{12 - r^2}{r}$

$h = \frac{12 - 4}{2} = 4\ cm$



علبة اسطوانية الشكل مفتوحة من الاعلى سعتها $(27\pi)cm^3$ جد ابعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صناعتها اقل ما يمكن

8 — 2017 دور (3) تطبيقي - داخل

Sol :

نفرض ان نصف قطرقاعدة الاسطوانة = r

نفرض ان ارتـــفاع الاسطوانة = h

المساحة السطحية (بدون غطاء) = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

$A = 2\pi rh + \pi r^2$ ..... (1) القاعدة

$V = \pi r^2 h$

$27\pi = \pi r^2 h \Rightarrow 27 = r^2 h$

$h = \frac{27}{r^2}$ ..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A = 2\pi r(\frac{27}{r^2}) + \pi r^2$

$A = 2\pi 27 r^{-1} + \pi r^2$

$A = \pi(54r^{-1} + r^2)$

$A' = \pi(-54r^{-2} + 2r)$

$\pi(-54r^{-2} + 2r) = 0$

$\left[\frac{-54}{r^2} + 2x = 0\right].r^2$

$-54 + 2r^3 = 0 \Rightarrow 2r^3 = 54$

$r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$ cm

$h = \frac{27}{9} = 3$ cm ارتفاعها

علبة اسطوانية الشكل مفتوحة من الاعلى سعتها 64π cm^3 جد ابعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صنعها اقل ما يمكن

9 — 2019 تمهيدي تطبيقي

نفرض الارتفاع h

نفرض نصف القطر r

Sol :

$A = 2\pi rh + \pi r^2$ .... (1) القاعدة

$V = \pi r^2 h \Rightarrow 64\not{\pi} = \not{\pi} r^2 h$

$h = \frac{64}{r^2}$ .... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A = 2\pi \not{r} \frac{64}{r^{\not{2}}} + \pi r^2$

$A = 128\pi r^{-1} + \pi r^2$

$A' = -128\pi r^{-2} + 2\pi r$

$\frac{-128\pi}{r^2} + 2\pi r = 0].r^2$

$-128\pi + 2\pi r^3 = 0$

$2\pi r^3 = 128\pi] \div 2\pi$

$r^3 = 64$

$r = 4$cm in (2)

$h = \frac{64}{r^2} = \frac{64}{16}$

$h = 4$cm

10 — 2019 تمهيدي احيائي

علبة اسطوانية الشكل مفتوحة من الاعلى سعتها $(125\pi\ cm^3)$ جد ابعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صنعها اقل ما يمكن

Sol:

$A = 2\pi rh + \pi r^2$ .... ① القاعدة

$V = \pi r^2 h \Rightarrow 125\pi = \pi r^2 h$

$h = \frac{125}{r^2}$ .... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$A = 2\pi r(\frac{125}{r^2}) + \pi r^2$

$A = 250\pi r^{-1} + \pi r^2$

$A' = -250\pi r^{-2} + 2\pi r$

$\frac{-250\pi}{r^2} + 2\pi r = 0].r^2$

$-250\pi + 2\pi r^3 = 0$

$2\pi r^3 = 250\pi] \div 2\pi$

$r^3 = 125$

$r = 5cm$ in ②

$h = \frac{125}{r^2} = \frac{125}{125}$

$h = 5cm$

11 — 2006 دور (1) — 2017 دور (2) تطبيقي- خارج

مخروط دائري قائم مولده $9\sqrt{3}cm$ جد ارتفاع هذا المخروط لكي يكون حجمه اكبر ما يمكن

Sol:

نفرض ان نصف قطر قاعدة المخروط = r

نفرض ان ارتفاع المخروط = h

$V = \frac{\pi}{3} r^2 h$ ...... ① القاعدة

$(9\sqrt{3})^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow 243 = r^2 + h^2$

$r^2 = 243 - h^2$ ...... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$V = \frac{\pi}{3} h(243 - h^2)$

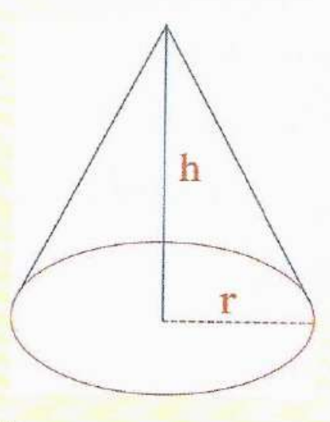
$V = \frac{\pi}{3}(243h - h^3)$

$V' = \frac{\pi}{3}(243 - 3h^2)$

$= \frac{\pi}{3}(243 - 3h^2) = 0$

$243 - 3h^2 = 0 \Rightarrow 3h^2 = 243$

$h^2 = 81 \Rightarrow h = 9$



12

مثلث قائم الزاوية طول وتره $6\sqrt{3}cm$ اديرحول احد ضلعيه القائمين فتكون مخروط دائري قائم، جد طولي الضلعين القائمين بحيث يكون حجم المخروط المتكون اكبر ما يمكن

2011 دور (1)
2014 دور (1)

Sol :

نفرض ان نصف قطر قاعدة المخروط = r
نفرض ان ارتفاع المخروط = h

$V=\frac{\pi}{3}r^2h$........(1) القاعدة

$(6\sqrt{3})^2=r^2+h^2 \Rightarrow 108=r^2+h^2$

$r^2=108-h^2$........(2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V=\frac{\pi}{3}h(108-h^2)$

$V=\frac{\pi}{3}(108h-h^3)$

$V'=\frac{\pi}{3}(108-3h^2)$

$\left[\frac{\pi}{3}(108-3h^2)=0\right]\div\frac{\pi}{3}$

$108-3h^2=0 \Rightarrow 3h^2=108$

$h^2=36 \Rightarrow h=6$ cm

$r^2=108-36 \Rightarrow r^2=72$

$r=6\sqrt{2}$

$V=\frac{\pi}{3}(72)(6)$

$V=144\pi$ cm^3

13

مثلث قائم الزاوية طول وتره $4\sqrt{3}cm$ اديرحول احد ضلعيه القائمين فتكون مخروط دائري قائم، جد طولي الضلعين القائمين بحيث يكون حجم المخروط المتكون اكبر ما يمكن

2009 دور (2)

نفرض ان نصف قطر قاعدة المخروط = r
نفرض ان ارتفاع المخروط = h

$V=\frac{\pi}{3}r^2h$..........(1) القاعدة

$(4\sqrt{3})^2=r^2+h^2 \Rightarrow 48=r^2+h^2$

$r^2=48-h^2$..........(2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V=\frac{\pi}{3}h(48-h^2)$

$V=\frac{\pi}{3}(48h-h^3)$

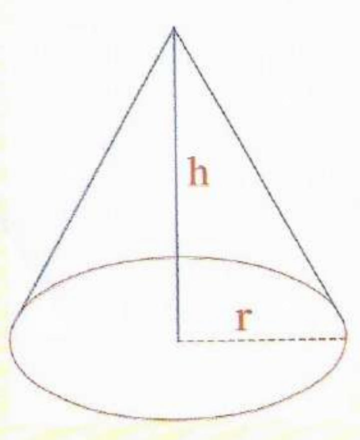
$V'=\frac{\pi}{3}(48-3h^2)$

$\frac{\pi}{3}(48-3h^2)=0 \Rightarrow 48-3h^2=0$

$3h^2=48 \Rightarrow h^2=16 \Rightarrow h=4$ cm

$r^2=48-16 \Rightarrow r^2=32$

$r=4\sqrt{2}$ cm



14

مخروط طول مولده $54\sqrt{3}\,cm$ جد ارتفاع المخروط لكي يكون حجمه اكبر ما يمكن

1996 دور (2)

Sol:

$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$..........(1) القاعدة

$(54\sqrt{3})^2=r^2+h^2$

$(54)^2(3)=r^2+h^2$

$r^2=(54)^2(3)-h^2$.......(2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V=\frac{1}{3}\pi((54)^2(3)-h^2).h$

$V=\frac{\pi}{3}((54)^2(3)h-h^3)$

$V'=\frac{\pi}{3}((54)^2(3)-3h^2)$

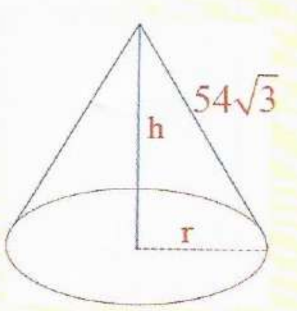
$=\frac{\pi}{3}((54)^2(3)-3h^2)=0]\frac{3}{\pi}$

$(54)^2(3)-3h^2=0]\div 3$

$(54)^2-h^2=0$

$h^2=(54)^2$

$h=54cm$



15

جد اكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه $8\sqrt{2}$ cm

2016 تمهيدي

Sol:

نفرض ان طول القاعدة= 2x

نفرض ان الارتفاع = y

$A=\frac{1}{2}2xy$.....(1) القاعدة

$(8\sqrt{2})^2=x^2+y^2 \Rightarrow 128=x^2+y^2$

$x^2=128-y^2$

$x=\sqrt{128-y^2}$.....(2) العلاقة



$A=\left(\sqrt{128-y^2}\right)y$

2020 تمهيدي احيائي

$A=\sqrt{128y^2-y^4}$

$A'=\frac{(256y-4y^3)}{2\sqrt{128y^2-y^4}}=0$

$256y-4y^3=0$

$4y(64-y^2)=0$

أما $4y=0 \Rightarrow y=0$ يهمل

أو $64-y^2=0$

$y^2=64 \Rightarrow y=8$

$x=\sqrt{128-64}$

$x=\sqrt{64}=8$ cm

$2x=16$ cm طول القاعدة

$y=8$ cm الارتفاع

$8\sqrt{2}$ cm, y, x, x

16 جد اكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه $5\sqrt{2}$ cm

2016 دور (3)

Sol :

$$A = \frac{1}{2}(2x).h$$

$A = xh$.......(1) القاعدة

$$h^2 + x^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$h^2 + x^2 = 50$$

$$x^2 = 50 - h^2$$

$x = \sqrt{50 - h^2}$...........(2) العلاقة



نعوض (2) في (1)

$$A = \sqrt{50 - h^2}.h$$

$$A = \sqrt{(50 - h^2)h^2}$$

$$A = \sqrt{(50h^2 - h^4)}$$

$$A' = \frac{100h - 4h^3}{2\sqrt{50h^2 - h^4}}$$

$$100h - 4h^3 = 0] \div 4$$

$$25h - h^3 = 0$$

$$h(25 - h^2) = 0$$

اما $h = 0$ يهمل

$$25 - h^2 = 0 \Rightarrow h^2 = 25$$

$$\boxed{h = 5}$$

$$x = \sqrt{50 - h^2} = \sqrt{50 - 25}$$

$$\boxed{x = 5}$$

$$A = x.h$$

$$A = (5)(5) = 25\ cm^2$$

17 جد اكبر مثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه $4\sqrt{2}$ وحده طول

2017 دور (1) تطبيقي

Sol :

نفرض الابعاد $h, 2x$

$$A = \frac{1}{2}(2x).h$$

$A = xh$.......(1) القاعدة

$$h^2 + x^2 = (4\sqrt{2})^2$$

$$h^2 + x^2 = 32$$

$$x^2 = 32 - h^2$$

$x = \sqrt{32 - h^2}$...........(2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$A = h.\sqrt{32 - h^2}$$

$$A = \sqrt{h^2(32 - h^2)}$$

$$A = \sqrt{32h^2 - h^4}$$

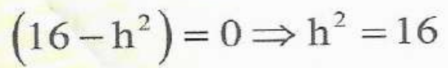
$$A' = \frac{64h - 4h^3}{2\sqrt{32h^2 - h^4}}$$

$$64h - 4h^3 = 0] \div 4$$

$$16h - h^3 = 0$$

$$h(16 - h^2) = 0$$

$h = 0$ يهمل



$$(16 - h^2) = 0 \Rightarrow h^2 = 16$$

$\boxed{h = 4}$ in (2)

$$x = \sqrt{32 - h^2} = \sqrt{32 - 16}$$

$$x = \sqrt{16} \Rightarrow \boxed{x = 4}$$

$$A = x.h$$

$A = (4)(4) = 16$ وحدة مربعة

جد اكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه $6\sqrt{2}$ cm

18

2019 دور (3) احيائي

Sol:

$$A=\frac{1}{2}(2x).h$$

$A=xh$.......(1) القاعدة

$(6\sqrt{2})^2=h^2+x^2$

$72=h^2+x^2 \Rightarrow x^2=72-h^2$

$x=\sqrt{72-h^2}$..........(2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A=\sqrt{72-h^2}.h$

$A=\sqrt{h^2(72-h^2)}$

$A=\sqrt{72h^2-h^4}$

$$A'=\frac{144h-4h^3}{2\sqrt{72h^2-h^4}}$$

$144h-4h^3=0 \Rightarrow 4h(36-h^2)=0$

اما $4h=0$ يهمل

$36-h^2=0 \Rightarrow h=6$ in (2)

$x=\sqrt{72-36} \Rightarrow x=\sqrt{36}$

$x=6$

$A=x.h$

$=(6)(6)=36$ cm

قطعة سلك طولها 8cm قطعت الى قطعتين صنع من الاولى دائرة ومن الثانية مستطيل طوله ضعف عرضه ، جد طول كل قطعة ليكون مجموع مساحتي المستطيل والدائرة اقل ما يمكن

19

2004 دور (1)

Sol:

نفرض ان طول المستطيل x وعرضه y

ونفرض ان نصف قطر الدائرة r , $x=2y$

$A=x.y+\pi r^2$....... (1) القاعدة

$2(x+y)+2\pi r=8$

$2(2y+y)+2\pi r=8$

$[6y+2\pi r=8]\div 2$

$3y+\pi r=4 \Rightarrow 3y=4-\pi r$

$y=\frac{1}{3}(4-\pi r)$...... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A=2y(y)+\pi r^2$

$$A=\frac{2}{9}(4-\pi r)^2+\pi r^2$$

$$A=\frac{2}{9}(16-8\pi r+\pi^2 r^2)+\pi r^2$$

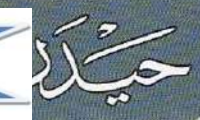
$$A'=\frac{2}{9}(-8\pi+2\pi^2 r)+2\pi r$$

$$\left[\frac{2}{9}(-8\pi+2\pi^2 r)+2\pi r=0\right]\frac{9}{2\pi}$$

$-8+2\pi r+9r=0$

$r(2\pi+9)=8$

$$r=\frac{8}{2\pi+9}$$



20 مجموع محيطي دائرة مربع 60cm اثبت انه عندما يكون مجموع مساحتي الشكلين اصغر ما يمكن فان طول قطر الدائرة يساوي طول ضلع المربع .

2013 دور (3)
2015 دور (3)

Sol :

نفرض ان طول ضلع المربع $= x$

نفرض ان طول نصف قطر الدائرة $= r$

$A = x^2 + \pi r^2 ....$ ① القاعدة

$[4x + 2\pi r = 60] \div 2$

$2x + \pi r = 30 \Rightarrow 2x = 30 - \pi r$

$x = 15 - \frac{\pi r}{2} ......$ ② العلاقة

نعوض ② في ①

$$A = (15 - \frac{\pi}{2} r)^2 + \pi r^2$$

$$A = 225 - 15\pi r + \frac{\pi^2}{4} r^2 + \pi r^2$$

$$A' = -15\pi + \frac{\pi^2}{2} r + 2\pi r$$

$$\left[-15\pi + \frac{\pi^2}{2} r + 2\pi r = 0\right] . \frac{2}{\pi}$$

$$-30 + \pi r + 4r = 0$$

$$r(4 + \pi) = 30 \Rightarrow r = \frac{30}{4 + \pi}$$

$$2r = x = \frac{60}{4 + \pi}$$

$$y = \frac{1}{3}(4 - \frac{8\pi}{2\pi + 9})$$

$$y = \frac{1}{3}(\frac{8\pi + 36 - 8\pi}{2\pi + 9})$$

$$y = \frac{12}{2\pi + 9}$$

$6y = \frac{72}{2\pi + 9}$ محيط المستطيل والذي يمثل طول القطعة الاولى

$2\pi r = \frac{16\pi}{2\pi + 9}$ محيط الدائرة والذي يمثل طول القطعة الثانية

اذا كان نصف قطر كرة يساوي نصف قطر قاعدة اسطوانة دائرية وكان مجموع حجمي الكرة والاسطوانة يساوي $90\pi\ cm^3$ جد طول نصف القطر الكرة عندما يكون مجموع مساحتيهما الكلية اصغر ما يمكن .

21 1999 دور (2)

نفرض ان نصف قطرقاعدة الاسطوانة يساوي نصف قطر الكرة ويساوي r

نفرض ارتفاع الاسطوانة h

$$V_{\text{للكرة}} = \frac{4\pi}{3}r^3 \quad , \quad V_{\text{للاسطوانة}} = \pi r^2 h$$

$$A_{2\,\text{للكرة}} = 4\pi r^2 \quad , \quad A_{1\,\text{للاسطوانة}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = (2\pi rh + 2\pi r^2) + 4\pi r^2$$

$$A = 2\pi rh + 6\pi r^2$$

$$A = 2\pi(rh + 3r^2) ...... (1)$$ القاعدة

$$\left[90\pi = \pi r^2 h + \frac{4\pi}{3}r^3\right] \cdot \frac{3}{\pi}$$

$$270 = 3r^2 h + 4r^3$$

$$3r^2 h = 270 - 4r^3$$

$$h = \frac{270 - 4r^3}{3r^2}$$

$$h = 90r^{-2} - \frac{4}{3}r ...... (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$A = 2\pi\left[r(90r^{-2} - \frac{4}{3}r) + 3r^2\right]$$

$$A = 2\pi\left[90r^{-1} - \frac{4}{3}r^2 + 3r^2\right]$$

$$A' = 2\pi\left[-90r^{-2} - \frac{8}{3}r + 6r\right]$$

$$\left[2\pi\left[-90r^{-2} - \frac{8}{3}r + 6r\right] = 0\right] \div 2\pi$$

$$-90r^{-2} - \frac{8}{3}r + 6r = 0$$

$$\left[\frac{-90}{r^2} - \frac{8}{3}r + 6r = 0\right] \cdot 3r^2$$

$$-270 - 8r^3 + 18r^3 = 0$$

$$10r^3 = 270 \Rightarrow r^3 = 27$$

$$r = 3\ cm$$

جد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل نصف دائرة نصف قطرها $4\sqrt{2}cm$

22

2012 دور (1)
2013 تمهيدي
2017 دور (1) تطبيقي- موصل

Sol :

نفرض ان الطول $= 2x$

نفرض ان العرض $= y$

القاعدة $A = 2x.y ..... (1)$

$(4\sqrt{2})^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 32 = x^2 + y^2$

$x^2 = 32 - y^2$

العلاقة $x = \sqrt{32 - y^2} ..... (2)$

نعوض (2) في (1)

$A = 2y(\sqrt{32 - y^2})$

$A = 2\sqrt{32y^2 - y^4}$

$A' = \dfrac{2(64y - 4y^3)}{2\sqrt{32y^2 - y^4}} = 0$

$[2(64y - 4y^3) = 0] \div 2$

$64y - 4y^3 = 0$

$4y(16 - y^2) = 0$

أما $4y = 0 \Rightarrow y = 0$ يهمل

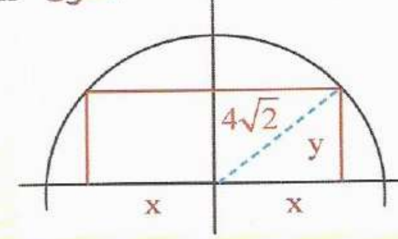
أو $16 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 16$ العرض

$y = 4 \text{ cm}$

$x = \sqrt{32 - 16}$

$x = \sqrt{16} \Rightarrow x = 4$

الطول $2x = 8 \text{ cm}$



جد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل نصف دائرة نصف قطرها 6cm

23

2009 دور (1)
2015 دور (4) رصافة
2017 دور (2) تطبيقي- داخل

Sol :

نفرض ان الطول $= 2x$

نفرض ان العرض $= y$

القاعدة $A = 2x.y ..... (1)$

$(6)^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 36 = x^2 + y^2$

$x^2 = 36 - y^2$

العلاقة $x = \sqrt{36 - y^2} ...... (2)$

نعوض (2) في (1)

$A = 2y(\sqrt{36 - y^2})$

$A = 2\sqrt{36y^2 - y^4}$

2010 دور (1)

$A' = \dfrac{2(72y - 4y^3)}{2\sqrt{36y^2 - y^4}} = 0$

$2(72y - 4y^3) = 0$

$72y - 4y^3 = 0 \Rightarrow 4y(18 - y^2) = 0$

أما $4y = 0 \Rightarrow y = 0$ يهمل

أو $18 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 18$

العرض $y = 3\sqrt{2} \text{ cm}$

$x = \sqrt{36 - 18}$

$x = \sqrt{18} \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$

الطول $2x = 6\sqrt{2} \text{ cm}$

$A = (3\sqrt{2})(3\sqrt{2}) = 18 \text{ cm}^2$

جد مساحة اكبر مستطيل يوضع داخل نصف دائرة نصف قطرها 8cm

24

2016 دور (1) خارج

Sol:

نفرض ان الطول $= 2x$

نفرض ان العرض $= y$

$A = 2x.y.....$ (1) القاعدة

$(8)^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 64 = x^2 + y^2$

$x^2 = 64 - y^2$

$x = \sqrt{64 - y^2}......$ (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A = 2y(\sqrt{64 - y^2})$

$A = 2\sqrt{64y^2 - y^4}$

$A' = \frac{2(128y - 4y^3)}{2\sqrt{64y^2 - y^4}} = 0$

$128y - 4y^3 = 0$

$4y(32 - y^2) = 0$

اما $4y = 0 \Rightarrow y = 0$ يهمل

أو $32 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 32$

العرض $y = 4\sqrt{2}$ cm

$x = \sqrt{64 - 32} \Rightarrow x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$2x = 8\sqrt{2}$ cm الطول

$A = (8\sqrt{2})(4\sqrt{2}) = 64\ cm^2$

جد بعدي اكبر مستطيل يوضع داخل نصف دائرة نصف قطرها $6\sqrt{2}$cm

25

2018 دور (2) تطبيقي- خارج

Sol:

نفرض ان طول المستطيل $2x$

نفرض ان ارتفاع المستطيل y

$A = 2x.y.....$ (1) القاعدة

$(6\sqrt{2})^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 72 = x^2 + y^2$

$x^2 = 72 - y^2$

$x = \sqrt{72 - y^2}.........$ (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A = 2y(\sqrt{72 - y^2})$

$A = 2\sqrt{72y^2 - y^4}$

$A' = \frac{2(144y - 4y^3)}{2\sqrt{72y^2 - y^4}} = 0$

$144y - 4y^3 = 0$

$4y(36 - y^2) = 0$

اما $4y = 0 \Rightarrow y = 0$ يهمل

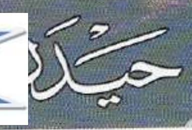
أو $36 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 36$

العرض $y = 6$ cm

$x = \sqrt{72 - 36} \Rightarrow x = \sqrt{36}$

$x = 6$ cm

$2x = 12$ cm الطول



جد اكبر مخروط دائري قائم يمكن وضعه داخل كرة مجوفة نصف قطرها 3cm

26

2008 دور (1)

Sol :

نفرض ان نصف قطر قاعدة المخروط r

نفرض ان ارتفاع المخروط h

$V=\frac{\pi}{3}r^2h$ .... (1) القاعدة

$9=r^2+(h-3)^2$

$9=r^2+h^2-6h+9$

$r^2=6h-h^2$ ..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V=\frac{\pi}{3}(6h-h^2)h$

2017 دور (1) تطبيقي - خارج

$V=\frac{\pi}{3}(6h^2-h^3)$

$V'=\frac{\pi}{3}(12h-3h^2)$

$\left[\frac{\pi}{3}(12h-3h^2)=0\right]\div\frac{\pi}{3}$

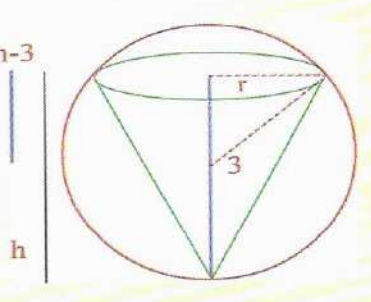
$12h-3h^2=0\Rightarrow 3h(4-h)=0$

أما $3h=0\Rightarrow h=0$ يهمل

أو $4-h=0\Rightarrow h=4$

$r^2=24-16\Rightarrow r^2=8\Rightarrow r=2\sqrt{2}$

$V=\frac{\pi}{3}(8)(4)=\frac{32}{3}\pi\ cm^3$



جد مساحة اكبر مثلث متساوي الساقين يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها 6cm

27

Sol :

نفرض ان طول قاعدة المثلث = 2x

نفرض ان ارتفاع المثلث = y

$A=\frac{1}{2}(2x)h$ ..... (1) القاعدة

2003 دور (1) — 2006 تمهيدي — 2010 دور (2)

$(6)^2=x^2+(h-6)^2$

$36=x^2+h^2-12h+36$

$x^2=12h-h^2$

$x=\sqrt{12h-h^2}$ ..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A=h\sqrt{12h-h^2}$

$A=\sqrt{12h^3-h^4}$

$A'=\frac{36h^2-4h^3}{2\sqrt{12h^3-h^4}}\Rightarrow\frac{36h^2-4h^3}{2\sqrt{12h^3-h^4}}=0$

$36h^2-4h^3=0\Rightarrow 4h^2(9-h)=0$

أما $4h^2=0\Rightarrow h=0$ يهمل

أو $9-h=0\Rightarrow h=9\ cm$

$x=\sqrt{108-81}$

$x=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\ cm$

$2x=6\sqrt{3}\ cm$ طول القاعدة

$A=3\sqrt{3}(9)\Rightarrow A=27\sqrt{3}\ cm^2$

جد بعدي اكبر مثلث متساوي الساقين يمكن وضعه داخل الدائرة نصف قطرها 12cm

28

2012 خارج القطر

2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$2x =$ نفرض ان طول قاعدة المثلث

$h =$ نفرض ان ارتفاع المثلث

$A=\frac{1}{2}(2x)h \Rightarrow A = xh .....(1)$ القاعدة

$(12)^2 = x^2 + (h-12)^2$

$144 = x^2 + h^2 - 24h + 144$

$x^2 = 24h - h^2$

$x = \sqrt{24h - h^2} ....(2)$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A = (\sqrt{24h - h^2})h \Rightarrow A = \sqrt{24h^3 - h^4}$

$A' = \frac{72h^2 - 4h^3}{2\sqrt{24h^3 - h^4}}$

$\frac{72h^2 - 4h^3}{2\sqrt{24h^3 - h^4}} = 0 \Rightarrow 72h^2 - 4h^3 = 0$

$4h^2(18-h) = 0$ يهمل

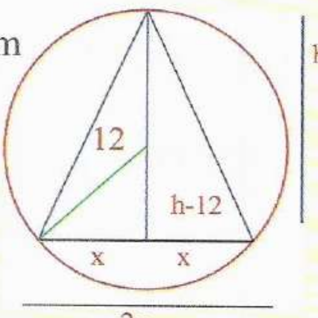
أما $4h^2 = 0 \Rightarrow h = 0$

أو $18 - h = 0 \Rightarrow h = 18$

$x = \sqrt{432 - 324}$

$x = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ cm

$2x = 12\sqrt{3}$ cm



2018 دور (1) تطبيقي - خارج

جد بعدي اكبر مثلث متساوي الساقين يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها 12cm ثم برهن ان نسبة مساحة مثلث الى مساحة دائرة كنسبه $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$

29

2018 دور (1) تطبيقي- خارج

Sol :

نفس اسلوب الحل السؤال السابق

نفرض مساحة المثلث A

نفرض مساحة الدائرة D

$$\frac{A}{D} = \frac{\frac{1}{2}(12\sqrt{3})(18)}{\pi(12)^2}$$

$$\frac{A}{D} = \frac{108\sqrt{3}}{144\pi}$$

$$\frac{A}{D} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$$

....

....

....

....

....

....

....

....

جد حجم اكبر مخروط دائري قائم يمكن وضعه داخل كره نصف قطرها 6cm

2016 دور (3) خارج

30 Sol :

نفرض الابعاد h,r

القاعدة $V=\frac{\pi}{3}r^2h$........(1)

$r^2+(h-6)^2=(6)^2$

$r^2+h^2-12h+\cancel{36}=\cancel{36}$

العلاقة $r^2=12h-h^2$.........(2)

نعوض (2) في (1)

$V=\frac{\pi}{3}h(12h-h^2)$

$V=\frac{\pi}{3}(12h^2-h^3)$

$V'=\frac{\pi}{3}(24h-3h^2)$

$\left.\frac{\pi}{3}(24h-3h^2)=0\right].\frac{3}{\pi}$

$\left.24h-3h^2=0\right]\div 3$

$8h-h^2=0$

$h(8-h)=0$

أما $h=0$ يهمل

$8-h=0\Rightarrow \boxed{h=8}$

$r^2=12(h)-h^2$

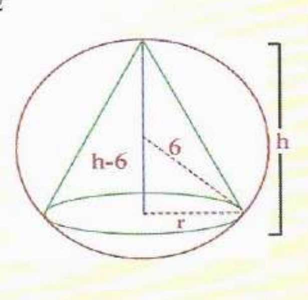
$=12(8)-(8)^2$

$r^2=32$

$V=\frac{\pi}{3}r^2(h)$

$=\frac{\pi}{3}(32)(8)$

$=\frac{256}{3}\pi cm^3$



abc مثلث فيه $ad\perp bc, ab=ac$ جد بعدي $ad=20cm, bc=12cm$ اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل هذا المثلث

2000 دور (1)

جد اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث متساوي الساقين طول قاعدته 12cm وارتفاعه 20cm.

31

2007 دور (1)

Sol : نفرض ان بعد المستطيل x,y

القاعدة $A=2x.y$......(1)

من تشابه المثلثين abc , aei

2018 دور (3) تطبيقي

$\frac{20-y}{20}=\frac{2x}{12}$

$[40x=12(20-y)]\div 4$

$10x=3(20-y)$

العلاقة $x=\frac{3}{10}(20-y)$.....(2)

نعوض (2) في (1)

$A=\frac{3}{5}(20-y)y\Rightarrow A=\frac{3}{5}(20y-y^2)$

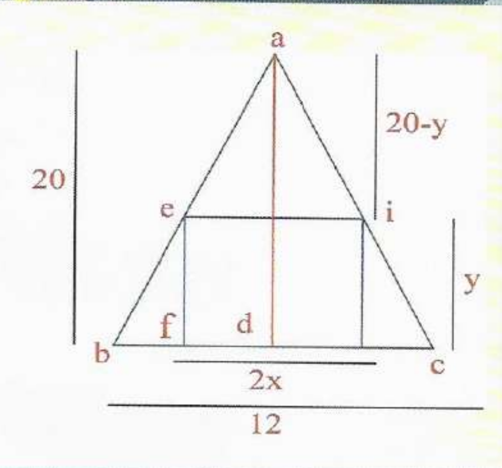
$A'=\frac{3}{5}(20-2y)$

$\frac{3}{5}(20-2y)=0\Rightarrow 2y=20$

$y=10\text{ cm}\Rightarrow x=\frac{3}{10}(20-10)$

$x=3\text{ cm}\Rightarrow 2x=6\text{ cm}$

$A=2xy\Rightarrow A=(6)(10)=60cm^2$



جد مساحة اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث متساوي الاضلاع ارتفاعه $(4\sqrt{3}\ cm)$

32 2008 دور (2)

Sol :

نفرض ان طول كل من اضلاع المثلث 2r

$A = 2.xy$....... ① القاعدة

فيكون في المثلث agi

$(2r)^2 = r^2 + 48$

$4r^2 = r^2 + 48$

$3r^2 = 48$

$r^2 = 16 \Rightarrow r = 4$

نفرض بعدي المستطيل $2x, y$ ، $2r = 8$

من تشابه المثلثين abd , aei

$$\frac{4\sqrt{3} - y}{4\sqrt{3}} = \frac{2x}{8}$$

$$\left[8\sqrt{3}x = 8(4\sqrt{3} - y)\right] \div 8$$

$$\sqrt{3}x = 4\sqrt{3} - y$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}}(4\sqrt{3} - y).....②$$ العلاقة

نعوض ② في ①

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}}(4\sqrt{3} - y)y$$

$$A = \frac{2}{\sqrt{3}}(4\sqrt{3}y - y^2)$$

$$A' = \frac{2}{\sqrt{3}}(4\sqrt{3} - 2y)$$

$$\left[\frac{2}{\sqrt{3}}(4\sqrt{3} - 2y) = 0\right]\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4\sqrt{3} - 2y \Rightarrow 2y = 4\sqrt{3}$$

$$y = 2\sqrt{3}\ cm$$

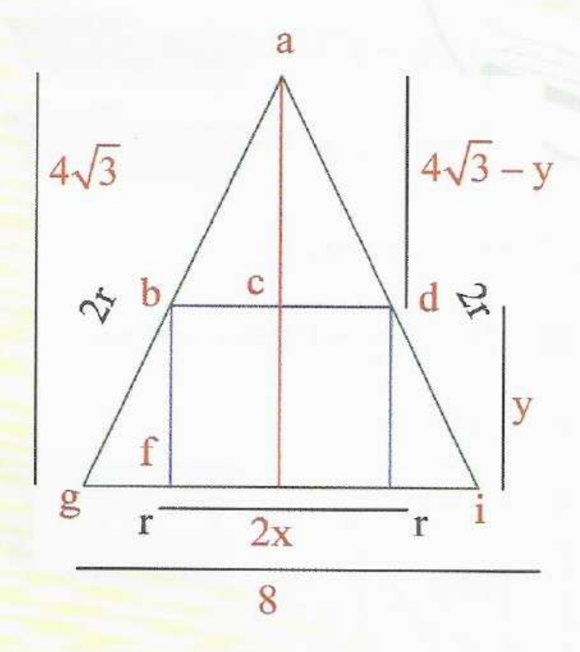
$$x = \frac{1}{\sqrt{3}}(4\sqrt{3} - 2\sqrt{3})$$

$$x = 2\ cm$$

$$2x = 4\ cm$$

$$A = 2x.y$$

$$4(2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}\ cm^2$$



33 جد بعدي اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث طول قاعدته 24cm وارتفاعه 18cm بحيث رأسين متجاورين من رؤوسه على القاعدة والرأسان الاخران يقعان على ساقيه

Sol: نفرض طول المستطيل x
نفرض عرض المستطيل y

$A = x.y$ ..... (1) القاعدة

abc , aef

$$\frac{18-y}{18} = \frac{x}{24}$$

$$[18x = 24(18-y)] \div 6$$

$$3x = 4(18-y)$$

$$x = \frac{4}{3}(18-y) \text{.....} (2)$$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$A = \frac{4}{3}(18-y)y$$

2018 دور (3) احيائي

$$A = \frac{4}{3}(18y - y^2)$$

2017 تمهيدي احيائي

$$A' = \frac{4}{3}(18-2y)$$

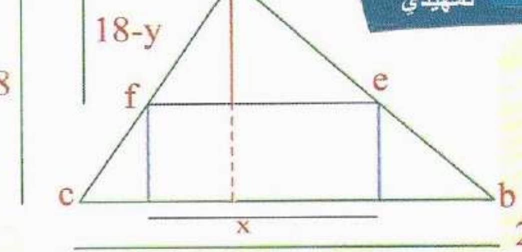
$$\left[\frac{4}{3}(18-2y) = 0\right] . \frac{3}{4}$$

$$18 - 2y \Rightarrow 2y = 18 \Rightarrow y = 9 \text{ cm}$$

$$x = \frac{4}{3}(18-9)$$

$$x = 12 \text{ cm}$$





34 جد اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل مثلث متساوي الساقين طول قاعدته 20cm وارتفاعه 12cm

2007 دور (1)

Sol:

$A = x.y$ .... (1) القاعدة

2018 دور (3) تطبيقي

$$\frac{x}{20} = \frac{12-y}{12}$$

$$12x = 240 - 20y] \div 12$$

$$x = 20 - \frac{5}{3}y \text{..........} (2)$$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$A = y(20 - \frac{5}{3}y)$$

$$A = 20y - \frac{5}{3}y^2$$

$$A' = 20 - \frac{10}{3}y$$

$$20 - \frac{10}{3}y = 0$$

$$\frac{10}{3}y = 20$$

$$10y = 60$$

$$y = 6 \quad \text{in } (2)$$

$$x = 20 - \frac{5}{3}(6)$$

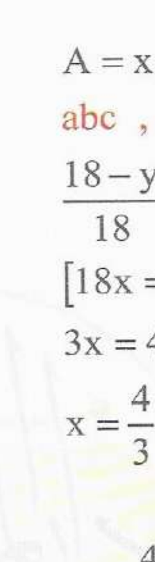
$$x = 20 - \frac{30}{3}$$

$$x = 20 - 10$$

$$x = 10$$

$$A = x.y$$
$$= (6)(10)$$
$$= 60 \text{cm}^2$$

12
20



جد ابعاد اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية اكبر ما يمكن موضوعة داخل كرة مجوفة نصف قطرها $6\sqrt{2}$ cm

35

1999 دور (1)

2018 دور (1) احيائي - خارج

Sol:

نفرض ان نصف قطر الاسطوانة r

نفرض ان نصف ارتفاع الاسطوانة 2h

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

$A = 2\pi r(2h) = 4\pi rh$..... (1) القاعدة

$(6\sqrt{2})^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow 72 = r^2 + h^2$

$r^2 = 72 - h^2 \Rightarrow r = \sqrt{72-h^2}$..... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A = 4\pi h\sqrt{72-h^2}$

$A = 4\pi\sqrt{72h^2 - h^4}$

$A' = 4\pi\frac{144h - 4h^3}{2\sqrt{72h^2-h^4}}$

$4\pi\frac{144h - 4h^3}{2\sqrt{72h^2-h^4}} = 0$

$144h - 4h^3 = 0$

$4h(36 - h^2) = 0$

$4h = 0 \Rightarrow h = 0$ يهمل

$36 - h^2 = 0 \Rightarrow h^2 = 36$

$h = 6$

$r = \sqrt{72-36}$

$r = \sqrt{36} \Rightarrow r = 6$

جد بعدي اكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل كرة مجوفة طول نصف قطرها $2\sqrt{3}$ cm

36

2001 دور (2)

Sol:

نفرض ان نصف قطر الاسطوانة r

نفرض ان ارتفاع الاسطوانة 2h

$V = \pi r^2(2h) = 2\pi r^2 h$...... (1) القاعدة

$(2\sqrt{3})^2 = r^2 + h^2$

$12 = r^2 + h^2$

$r^2 = 12 - h^2$...... (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

2020 دور (1) تطبيقي

$V = 2\pi h(12 - h^2)$

$V = 2\pi(12h - h^3)$

$V' = 2\pi(12 - 3h^2)$

$\left[2\pi(12 - 3h^2) = 0\right] \div 2\pi$

$12 - 3h^2 = 0$

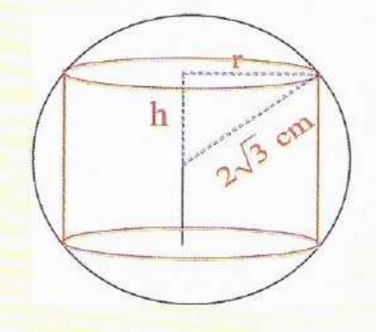
$3h^2 = 12 \Rightarrow h^2 = 4$

$h = 2$

$r^2 = 12 - 4 \Rightarrow r^2 = 8$

$r = 2\sqrt{2}$

$2h = 4$ ارتفاع الاسطوانة



37 جد ارتفاع اكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل كرة مجوفة طول نصف قطرها $4\sqrt{3}$ cm

2012 دور (3)

Sol :

نفرض ان نصف قطر الاسطوانة r

نفرض ان ارتفاع الاسطوانة 2h

$V = \pi r^2(2h) = 2\pi r^2 h$....(1) القاعدة

$(4\sqrt{3})^2 = r^2 + h^2$

$48 = r^2 + h^2$

$r^2 = 48 - h^2$....(2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V = 2\pi h(48 - h^2)$

$V = 2\pi(48h - h^3)$

$V' = 2\pi(48 - 3h^2)$

$\left[2\pi(48 - 3h^2) = 0\right] \div 2\pi$

$48 - 3h^2 = 0 \Rightarrow 3h^2 = 48$

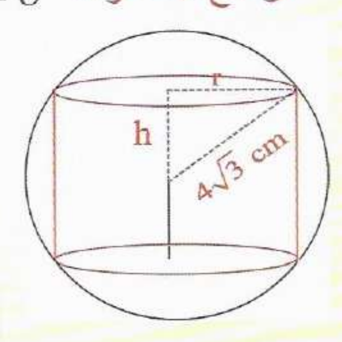
$h^2 = 16 \overset{\text{بالجذر}}{\Rightarrow} h = 4$

$r^2 = 48 - 16 \Rightarrow r^2 = 32$ بالجذر

$r = 4\sqrt{2}$

نصف قطر الاسطوانة

$2h = 8$ ارتفاع الاسطوانة



38 جد حجم اكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن وضعها داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه 12سم ونصف قاعدته 9 سم

1997 دور (1)

2018 دور (1) تطبيقي

Sol :

نفرض ان نصف قطر الاسطوانة r

نفرض ان ارتفاع الاسطوانة h

$V = \pi r^2 h$.......(1) القاعدة

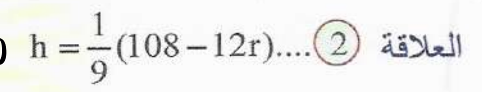
من تشابه المثلثين

$\frac{r}{9} = \frac{12-h}{12}$

$12r = 9(12 - h)$

$12r = 108 - 9h$

$[9h = 108 - 12r] \div 9$



$h = \frac{1}{9}(108 - 12r)$....(2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V = \pi r^2 \frac{1}{9}(108 - 12r)$

$V = \frac{\pi}{9}(108r^2 - 12r^3)$

$V' = \frac{\pi}{9}(216r - 36r^2)$

$\left[\frac{\pi}{9}(216r - 36r^2) = 0\right] \cdot \frac{9}{\pi}$

$216r - 36r^2 = 0$

$36r(6 - r) = 0$

أما $36r = 0 \Rightarrow r = 0$ يهمل

أو $6 - r = 0 \Rightarrow r = 6$ cm

$h = \frac{1}{9}(108 - 72) \Rightarrow h = \frac{36}{9} = 4$ cm

$V = \pi(36)(4) \Rightarrow V = 144\pi$ cm^3

جد ابعاد اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه 6cm وطول قطر قاعدته يساوي 8cm

39 — 2015 دور (1) نازحين

Sol :

نفرض ان نصف قطر قاعدة الاسطوانة r

نفرض ان ارتفاع الاسطوانة h

$V = \pi r^2 h$.......(1) القاعدة

من تشابه المثلثين abc , ade

$$\frac{r}{4} = \frac{6-h}{6}$$

$6r = 24 - 4h$

$[4h = 24 - 6r] \div 4$

$h = \frac{1}{2}(12 - 3r)$....(2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V = \pi r^2 \frac{1}{2}(12 - 3r)$

$V = \frac{\pi}{2}(12r^2 - 3r^3)$

$V' = \frac{\pi}{2}(24r - 9r^2)$

$\left[\frac{\pi}{2}(24r - 9r^2) = 0\right] \cdot \frac{2}{\pi}$

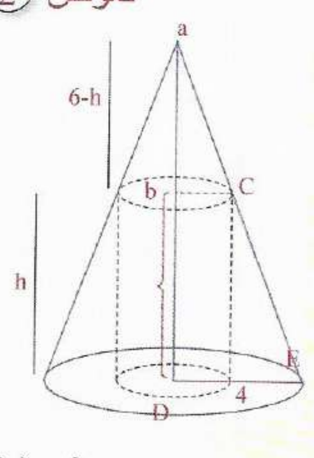
$24r - 9r^2 = 0 \Rightarrow 3r(8 - 3r) = 0$

أما $3r = 0 \Rightarrow r = 0$ يهمل

أو $8 - 3r = 0 \Rightarrow r = \frac{8}{3}$ cm

$h = \frac{1}{2}(12 - 8)$

$h = 2$ cm



جد ابعاد اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه 6cm وطول قطر قاعدته يساوي 10cm

40 — 2016 دور (1)

Sol :

نفرض ان نصف قطر قاعدة الاسطوانة r

نفرض ان ارتفاع الاسطوانة h

$V = \pi r^2 h$.......(1) القاعدة

من تشابه المثلثين ABC , ADE

$$\frac{r}{5} = \frac{6-h}{6}$$

$6r = 30 - 5h$

$[5h = 30 - 6r] \div 5$

$h = \frac{2}{5}(15 - 3r)$.....(2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V = \pi r^2 \frac{2}{5}(15 - 3r)$

$V = \frac{2\pi}{5}(15r^2 - 3r^3)$

$V' = \frac{2\pi}{5}(30r - 9r^2)$

$\frac{2\pi}{5}(30r - 9r^2) = 0$

$30r - 9r^2 = 0$

$3r(10 - 3r) = 0$

أما $3r = 0 \Rightarrow r = 0$ يهمل

أو $10 - 3r = 0 \Rightarrow r = \frac{10}{3}$ cm

$h = \frac{2}{5}(15 - \frac{10}{3}) \Rightarrow h = 2$ cm

41 — 2018 دور (2) احيائي - داخل

جد مساحة اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه 24cm وطول نصف قطر قاعدته يساوي 12cm

Sol:

نفرض ان نصف قطر الاسطوانة r

نفرض ان ارتفاع الاسطوانة h

$V = \pi r^2 h ......$ (1) القاعدة

من تشابه المثلثين ABC , ADE

$\frac{r}{12} = \frac{24-h}{24}$

$[24r = 12(24-h)] \div 12$

$2r = 24 - h$

$h = 24 - 2r ......$ (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V = \pi r^2 (24 - 2r)$

$V = \pi (24r^2 - 2r^3)$

$V' = \pi (48r - 6r^2)$

$\pi (48r - 6r^2) = 0$

$6r(8 - r) = 0$

أما $6r = 0 \Rightarrow r = 0$ يهمل

أو $8 - r = 0 \Rightarrow r = 8$ cm

$h = 24 - 16 \Rightarrow h = 8$ cm

$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$

$A = 2(8)(8)\pi + (2)(64)\pi$

$A = 128\pi + 128\pi$

$A = 256\pi \text{ cm}^2$

42 — 2018 دور (2) احيائي - خارج

جد ابعاد اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه 4cm وطول نصف قطر قاعدته يساوي 3cm

Sol:

نفرض ان نصف قطر الاسطوانة r

نفرض ان ارتفاع الاسطوانة h

$V = \pi r^2 h ....$ (1) القاعدة

من تشابه المثلثين ABC , ADE

$\frac{r}{3} = \frac{4-h}{4}$

$4r = 12 - 3h$

$[3r = 12 - 4h] \div 3$

$h = \frac{1}{3}(12 - 4r) ....$ (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$V = \pi r^2 \frac{1}{3}(12 - 4r)$

$V = \frac{\pi}{3}(12r^2 - 4r^3)$

$V' = \frac{\pi}{3}(24r - 12r^2)$

$24r - 12r^2 = 0 \Rightarrow 12r(2 - r) = 0$

أما $12r = 0 \Rightarrow r = 0$ يهمل

أو $2 - r = 0 \Rightarrow r = 2$ cm

$h = \frac{1}{3}(12 - 8)$

$h = \frac{4}{3}$ cm

جد ابعاد اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه (8cm) وطول قطر قاعدته (12cm)

43

2019 دور (1) احيائي- خارج

$V = \pi r^2 h ....1$ قاعدة

$\frac{6}{r} = \frac{8}{8-h} \Rightarrow 4r = 24 - 3h$

$3h = 24 - 4r \Rightarrow h = \frac{4}{3}(8-r)...2$ علاقة

$V = \pi r^2 \left[\frac{4}{3}(8-r)\right]$

$V = \frac{4\pi}{3}(8r^2 - r^3)$

$V' = \frac{4\pi}{3}(16r - 3r^2)$

$\frac{4\pi}{3}(16r - 3r^2) = 0 \Big] \frac{3}{4\pi}$

$16r - 3r^2 = 0 \Rightarrow r(16 - 3r) = 0$

أما $r = 0$ يهمل

أو $16 - 3r = 0 \Rightarrow r = \frac{16}{3}$ in 2

$h = \frac{4}{3}(8-r) \Rightarrow h = \frac{4}{3}(8 - \frac{16}{3})$

$\Rightarrow \frac{24}{3} - \frac{64}{9} = \frac{72-64}{9}$

$= \frac{8}{9}$ cm

جد ابعاد اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه (15cm) وطول قطر قاعدته (12cm)

44

2019 دور (2) احيائي

$V = \pi r^2 h ....1$ قاعدة

$\frac{6}{r} = \frac{15}{15-h} \Rightarrow 15r = 90 - 6h$

$6h = 90 - 15r \Rightarrow h = \frac{15}{6}(6-r)..2$ علاقة

$V = \pi r^2 \frac{15}{6}(6-r)$

$V = \frac{15\pi}{6}(6r^2 - r^3)$

$V' = \frac{15\pi}{6}(12r - 3r^2)$

$\frac{15\pi}{6}(12r - 3r^2) = 0 \Big] \frac{6}{15\pi}$

$12r - 3r^2 = 0 \Big] \div 3$

$4r - r^2 = 0 \Rightarrow r(4-r) = 0$

أما $r = 0$ يهمل

أو $4 - r = 0 \Rightarrow r = 4cm$ in 2

$h = \frac{15}{6}(6-r) \Rightarrow h = \frac{15}{6}(6-4)$

$h = \frac{15}{6}(2) \Rightarrow h = \frac{15}{3}$

مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته 4cm وارتفاعه 12cm يراد قطع مخروط دائري منه يرتكز رأسه في مركز قاعدة المخروط الاصلي وقاعدته توازي قاعدة المخروط الاصلي ، جد ابعاد المخروط المقطوع بحيث يكون حجمه اكبر ما يمكن

45 — 2003 دور (2)

Sol :

نفرض ان نصف القطر r

نفرض الارتفاع h

$$V=\frac{\pi}{3}r^2h........\ (1)$$ القاعدة

2010 دور (1)

$$\frac{r}{4}=\frac{12-h}{12}$$

$$12r=4(12-h)$$

$$3r=12-h$$

$$h=12-3r........\ (2)$$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$V=\frac{\pi}{3}r^2(12-3r)$$

$$V=\frac{\pi}{3}(12r^2-3r^3)$$

$$V'=\frac{\pi}{3}(24r-9r^2)$$

$$24r-9r^2=0$$

$$3r(8-3r)=0$$

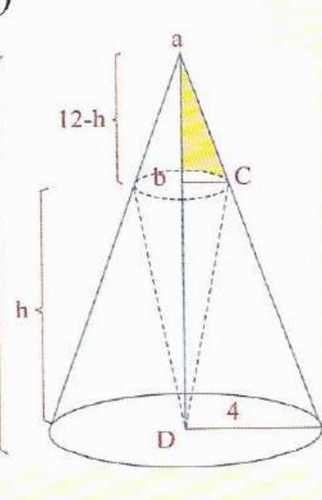
أما $r=0$

أو $8-3r=0$

$$r=\frac{8}{3}\ cm$$

$$h=(12-8)$$

$$h=4\ cm$$



جد ابعاد مخروط دائري قائم حجمه اقل ما يمكن ويحيط بكرة نصف قطرها 3cm

46 — 1998 دور (2)

Sol :

نفرض ان نصف القطر r

وارتفاعه h

$$V=\frac{\pi}{3}r^2h\ ....\ (1)$$ القاعدة

$$(h-3)^2=9+(AB)^2$$

$$h^2-6h+9=9+(AB)^2$$

$$(AB)^2=h^2-6h$$

$$AB=\sqrt{h^2-6h}$$

من تشابه المثلثين

ABC , ADE

$$\frac{h}{\sqrt{h^2-6h}}=\frac{r}{3}$$

$$r\sqrt{h^2-6h}=3h$$

$$r=\frac{3h}{\sqrt{h^2-6h}}......\ (2)$$ العلاقة



$$V=\frac{\pi}{3}h\left(\frac{9h^2}{h^2-6h}\right)$$

$$V=3\pi\left(\frac{h^2}{h-6}\right)$$

$$V'=3\pi\left[\frac{(h-6).2h-h^2.(1)}{(h-6)^2}\right]=0$$

$$2h^2-12h-h^2=0\Rightarrow h^2-12h=0$$

$$h(h-12)=0\Rightarrow\ h=0$$

$$h-12=0\Rightarrow h=12\ cm$$

$$r=\frac{36}{\sqrt{72}}\Rightarrow r=\frac{6}{\sqrt{2}}\ cm$$

جد مساحة اصغر مثلث متساوي الساقين
يمكن رسمه خارج دائرة نصف قطرها 3cm

47   2008 خارج القطر

Sol: نفرض ان طول قاعدة المثلث $= 2x$

وارتفاعه $= h$

$A = \frac{1}{2}(2x)h.....$ (1) القاعدة

في المثلث ABC

$(h-3)^2 = 9 + (AC)^2$

$h^2 - 6h + 9 = 9 + (AC)^2$

$(AC)^2 = h^2 - 6h$

$AC = \sqrt{h^2 - h}$

من تشابه المثلثين

ACB , ADE

$\frac{h}{\sqrt{h^2-6h}} = \frac{x}{3}$

$x\sqrt{h^2-6h} = 3h$

$x = \frac{3h}{\sqrt{h^2-6h}}......$ (2) العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A = h(\frac{3h}{\sqrt{h^2-6h}})$

$A = \frac{3h^2}{\sqrt{h^2-6h}}$

$A' = \frac{(\sqrt{h^2-6h})(6h) - 3h^2 . \frac{2h-6}{2\sqrt{h^2-6h}}}{h^2-6h}$

$\frac{(\sqrt{h^2-6h})(6h) - 3h^2 . \frac{2h-6}{2\sqrt{h^2-6h}}}{h^2-6h} = 0$

$\left[(\sqrt{h^2-6h})(6h) - 3h^2 . \frac{2h-6}{2\sqrt{h^2-6h}} = 0\right]$

$2\sqrt{h^2-6h}$ نضرب الطرفين بـ

$12h(h^2-6h) - 3h^2(2h-6) = 0$

$12h^3 - 72h^2 - 6h^3 + 18h^2 = 0$

$6h^3 - 54h^2 = 0$

$6h^2(h-9) = 0$

أما $6h^2 = 0 \Rightarrow h = 0$ يهمل

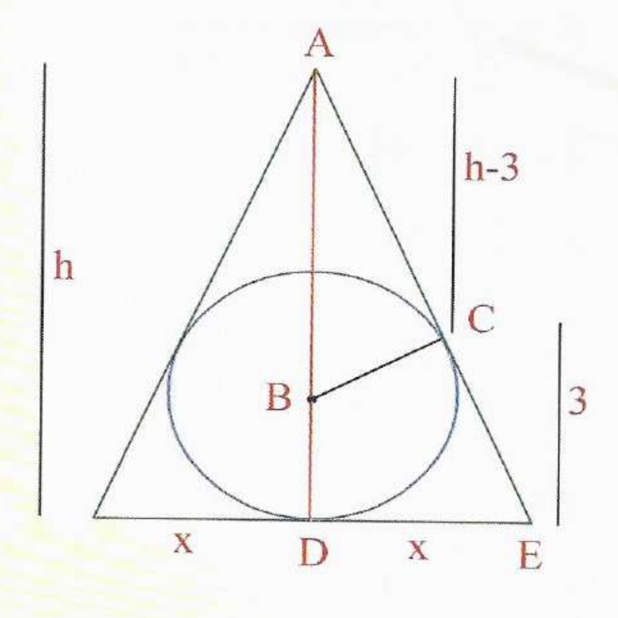
أو $h - 9 = 0 \Rightarrow h = 9$ cm

$x = \frac{27}{\sqrt{81-54}} = \frac{27}{\sqrt{27}}$

$x = 3\sqrt{3}$ cm

$A = 3\sqrt{3}(9)$

$A = 27\sqrt{3}$ cm^2



ليكن $y=\sqrt{x^2-3}$ جد نقطة تنتمي الى المنحني وتكون اقرب ما يكون للنقطة $(4,0)$

48

1996 دور (1)

Sol:

$$y^2 = x^2 - 3$$

$$S=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$S=\sqrt{(x-4)^2+(y-0)^2}$$

$$S=\sqrt{x^2-8x+16+y^2}$$

$$S=\sqrt{x^2-8x+16+x^2-3}$$

$$S=\sqrt{2x^2-8x+13}$$

$$S'=\frac{4x-8}{2\sqrt{2x^2-8x+13}}$$

$$4x-8=0]\div 4$$

$$x-2=0$$

$$x=2$$

$$y=\sqrt{x^2-3}$$

$$y=\sqrt{4-3}$$

$$y=\sqrt{1}=1$$

$$(2,1)$$

لتكن $y^2=8x$ جد نقطتي تنتمي الى المنحني وتكون اقرب ما يمكن للنقطة $(6,0)$

49

2002 دور (1)

Sol:

نفرض $P(x,y)$

$$y^2=8x$$

$$S=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$S=\sqrt{(x-6)^2+(y-0)^2}$$

$$S=\sqrt{x^2-12x+36+y^2}$$

$$S=\sqrt{x^2-12x+36+8x}$$

$$S=\sqrt{x^2-4x+36}$$

$$S'=\frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+36}}$$

$$\frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+36}}=0$$

$$2x-4=0 \Rightarrow 2x=4$$

$$x=2$$

$$y^2=8(2)\Rightarrow y^2=16$$

$$y=\pm 4$$

$$\{(2,4),(2,-4)\}$$

50

نقطة او اكثر تنتمي الى القطع الزائد $y^2 - x^2 = 3$ بحيث تكون اقرب ما يمكن الى النقطة $(0,4)$

2019 دور (3) تطبيقي
2020 تمهيدي تطبيقي

Sol :

نفرض $P(x,y)$

$$S=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$S=\sqrt{(x-0)^2+(y-4)^2}$$

$$S=\sqrt{x^2+y^2-8y+16}......①$$ القاعدة

$$y^2-x^2=3$$

$$x^2=y^2-3.......②$$ العلاقة

نعوض ② في ①

$$S=\sqrt{y^2-3+y^2-8y+16}$$

$$S=\sqrt{2y^2-8y+13}$$

2011 دور (2)
2012 تمهيدي
2013 دور (1)
2015 دور (2) خارج
2016 دور (2) خارج

$$S'=\frac{4y-8}{2\sqrt{2y^2-8y+13}}$$

$$\frac{4y-8}{2\sqrt{2y^2-8y+13}}=0$$

$$4y-8=0\Rightarrow 4y=8$$

$$y=2$$

نعوض (y) في ①

$$x^2=y^2-3$$

$$x^2=4-3\Rightarrow x^2=1$$ بالجذر

$$x=\pm1$$

$$P_1(1,2),P_2(-1,2)$$

51

جد نقطة تنتمي الى المنحني $y^2 - x^2 = 5$ لكي تكون اقرب ما يمكن من النقطة $(4,0)$

2015 دور (2)

Sol :

نفرض $P(x,y)$

$$S=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$S=\sqrt{(x-4)^2+(y-0)^2}$$

$$S=\sqrt{x^2-8x+16+y^2}.....①$$ القاعدة

$$y^2-x^2=5$$

$$y^2=5+x^2.....②$$ العلاقة

نعوض ② في ①

$$S=\sqrt{x^2-8x+16+5+x^2}$$

$$S=\sqrt{x^2-8x+21}$$

$$S'=\frac{4x-8}{2\sqrt{2x^2-8x+21}}$$

$$\frac{4x-8}{2\sqrt{2x^2-8x+21}}=0$$

$$4x-8=0\Rightarrow 4x=8$$

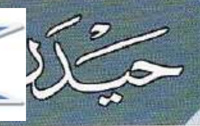
$$x=2$$

نعوض قيمة (x) في ②

$$y^2=5+4$$

$$y^2=9\Rightarrow y=\pm3$$

$$P_1(2,3),P_2(2,-3)$$



جد بعدي اكبر مستطيل يوضع داخل المنطقة المحدودة بمنحني الدالة $f(x)=12-x^2$ ومحور السينات بحيث ان رأسان من رؤوسه على المنحني والرأسان الاخران على محور السينات ثم جد محيطه

52

2007 خارج القطر
2012 دور (2)
2017 دور (2) احيائي - داخل

Sol:

نفرض ان العرض $= 2x$

نفرض ان الطـــول $= y$

القاعدة $A = 2x.y........ (1)$

العلاقة $y = 12 - x^2........ (2)$

نعوض (2) في (1)

$$A = 2x(12 - x^2)$$

$$A = 24x - 2x^3$$

$$A' = 24 - 6x^2$$

$24 - 6x^2 = 0$ الطول

$6x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 4$ العرض

$x = 2$ وحدة طول

$$y = 12 - 4 \Rightarrow y = 8$$

$$2x = 4 \quad , \quad y = 8$$

$$P = 2(y + 2x)$$

$$P = 2(8 + 4)$$

2019 دور (3) تطبيقي

$$P = 24$$

جد العدد الذي زيادته على مربعة اكبر ما يمكن

53

2007 تمهيدي

Sol:

نفرض العدد x

ومربعه x^2

$$A = x - x^2 \Rightarrow A' = 1 - 2x$$

$$1 - 2x = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

عددان موجبان حاصل ضربهما 16 ومجموعهما اصغر ما يكون فما العددان؟

54

2007 دور (2)

نفرض العدد الاول x

نفرض العدد الثاني y

قاعدة $m = x + y........ (1)$

علاقة $x.y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{x}........ (2)$

نعوض (2) في (1)

$$m = x + \frac{16}{x}$$

$$m = x + 16x^{-1}$$

$$m' = 1 + (-1)16x^{-2}$$

$$\left.1 - \frac{16}{x^2} = 0\right] .x^2$$

$$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16$$

$x = 4$ in (2)

$$y = \frac{16}{x} = \frac{16}{4}$$

$$y = 4$$

اذا كان $y + 4x = 24$ فجد قيمتي x,y التي تجعل yx^2 اكبر ما يمكن

55

2008 تمهيدي

Sol :

$A = yx^2........$ ① القاعدة

$y + 4x = 24$

$y = 24 - 4x......$ ② العلاقة

نعوض ② في ①

$A = (24 - 4x)(x^2)$

$A = 24x^2 - 4x^3 \Rightarrow A' = 48x - 12x^2$

$48x - 12x^2 = 0$

$12x(4 - x) = 0$

أما $12x = 0 \Rightarrow x = 0$ يهمل

أو $4 - x = 0 \Rightarrow x = 4$

$y = 24 - 4(4)$

$y = 24 - 16 = 8$

جد العدد الذي اذا اضيف الى نظيره الضربي يكون الناتج اكبر ما يكون

56

2013 خارج القطر

2014 دور (3)

نفرض العدد x

نظيره الضربي $\frac{1}{x}$

$A = x + \frac{1}{x} \Rightarrow A = x + x^{-1}$

$A' = 1 - x^{-2} \Rightarrow \left[1 - \frac{1}{x^2} = 0\right].x^2$

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

جد العددين الموجبين الذي مجموعهما 75 وحاصل ضرب احدهما في مربع الاخر اكبر ما يمكن

57

نفرض ان العدد الاول x

نفرض ان العدد الثاني y

$A = x.y^2..........$ ① القاعدة

$x + y = 75$

$x = 75 - y..........$ ② العلاقة

نعوض ② في ①

$A = (75 - y)y^2$

$A = 75y^2 - y^3$

$A' = 150y - 3y^2$

$150y - 3y^2 = 0$

$3y(50 - y) = 0$

أما $3y = 0 \Rightarrow y = 0$ يهمل

أو $50 - y = 0 \Rightarrow y = 50$

$x = 75 - 50 \Rightarrow x = 25$

2014 دور (4) أنبار

جد عددين مجموعهما 15 وحاصل ضرب مكعب العدد الاول مع مربع الثاني اكبر ما يمكن .

58

2017 دور (3) احيائي - خارج

Sol :

نفرض ان العدد الاول x

نفرض ان العدد الثاني y

$A = x^3y^2$.......... ① القاعدة

$x + y = 15$

$y = 15 - x$......... ② العلاقة

نعوض ② في ①

$A = x^3(15 - x)^2$

$A = x^3(225 - 30x + x^2)$

$A = 225x^3 - 30x^4 + x^5$

$A' = 675x^2 - 120x^3 + 5x^4$

$675x^2 - 120x^3 + 5x^4 = 0$

$5x^2(135 - 24x + x^2) = 0$

$5x^2(15 - x)(9 - x) = 0$ يهمل

أما $5x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

أو $15 - x = 0 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow y = 0$ يهمل

أو $9 - x = 0 \Rightarrow x = 9$ العدد الاول

$y = 15 - 9 \Rightarrow y = 6$ العدد الثاني

جد العدد الذي اذا اضيف الى مربعه يكون الناتج اصغر ما يكون

59

2017 دور (1) موصل

Sol :

نفرض العدد x

مربع العدد x^2

$m = x + x^2$

$m' = 1 + 2x$

$1 + 2x = 0$

$2x = -1$

$x = \frac{-1}{2}$

جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (6,8) والذي يصنع مع المحورين في الربع الاول اصغر مثلث؟

60

2011 خارج القطر

Sol :

$x =$ نفرض طول القاعدة

$y =$ نفرض الارتفاع

$$A = \frac{1}{2}x.y ...... (1)$$ القاعدة

$x_1\ y_1 \quad x_2\ y_2$

$(0,y),(6,8)$

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_1 = \frac{8-y}{6-0} = \frac{8-y}{6}$$

$x_2\ y_2 \quad x_1\ y_1$

$(6,8),(x,0)$

$$m_2 = \frac{8-0}{6-x}$$

$$m_2 = \frac{8}{6-x}$$

$$\frac{8-y}{6} = \frac{8}{6-x} \qquad , m_1 = m_2$$

$$(8-y)(6-x) = 48$$

$$48 - 8x - 6y + xy = 48$$

$$xy = 8x + 6y .... (2)$$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$A = \frac{1}{2}(8x + 6y)$$

$$A = 4x + 3y$$

$$A' = 4 + 3y$$

$$4 + 3y' = 0 \Rightarrow 3y' = -4$$

$$y' = \frac{-4}{3}$$

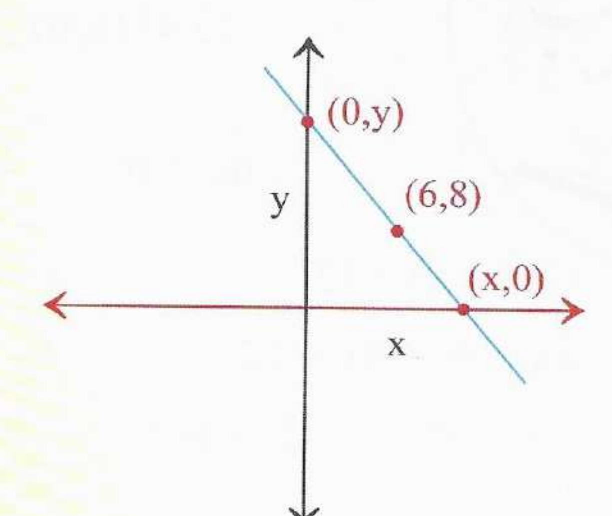
$$\therefore m = \frac{-4}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\left[y - 8 = \frac{-4}{3}(x-6)\right] * 3$$

$$3y - 24 = -4x + 24$$

$$4x + 3y - 48 = 0$$



جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (3,4) والذي يصنع مع المحورين في الربع الاول اصغر مثلث؟

61

2018 دور (1) احيائي - داخل

Sol:

$$A=\frac{1}{2}x.y......\ (1)$$ القاعدة

$x_1\ y_1\quad x_2\ y_2$
$(0,y),(3,4)$

$$m_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$m_1=\frac{4-y}{3-0}=\frac{4-y}{3}$$

$x_2\ y_2\quad x_1\ y_1$
$(3,4),(x,0)$

$$m_2=\frac{4-0}{3-x}=\frac{4}{3-x}$$

$$\frac{4-y}{3}=\frac{4}{3-x}\qquad ,m_1=m_2$$

$$(4-y)(3-x)=12$$

$$12-4x-3y+xy=12$$

$$xy=4x+3y.......\ (2)$$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$A=\frac{1}{2}(4x+3y)$$

$$A'=\frac{1}{2}(4+3y')$$

$$\frac{1}{2}(4+3y')=0$$

$$4+3y'=0\Rightarrow 3y'=-4$$

$$y'=\frac{-4}{3}$$

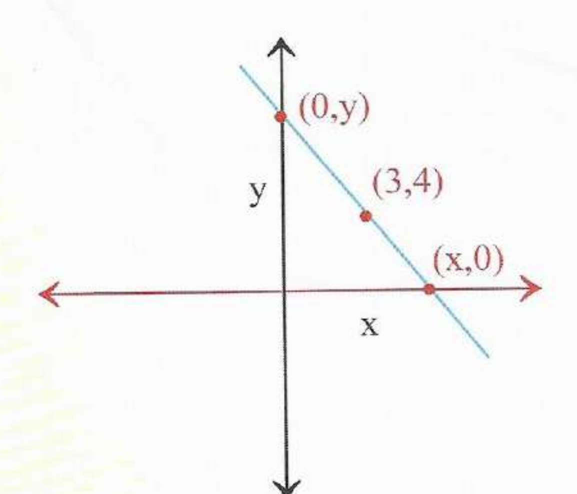
$$\therefore m=-\frac{4}{3}$$

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

$$\left[y-4=\frac{-4}{3}(x-3)\right].3$$

$$3y-12=-4x+12$$

$$4x+3y-24=0$$



صفيحة مستوية معدنية مربعة الشكل طول ضلعها 60cm قطعت من اركانها الاربعة مربعات متساوية المساحة ثم ثنيت الاجزاء البارزة لتكون علبة بدون غطاء احسب طول ضلع المربع المقطوع لكي يكون حجم العلبة اكبر ما يمكن

62

2005 دور (2)

Sol :

نفرض ان طول ضلع المربع المقطوع = x

$$V = (60-2x)^2 . x$$

$$V = (3600 - 240x + 4x^2) . x$$

$$V = 3600x - 240x^2 + 4x^3$$

$$V' = 3600 - 480x + 12x^2$$

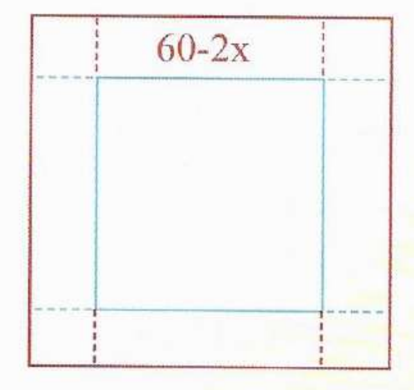
$$\left[3600 - 480x + 12x^2\right] \div 12$$

$$x^2 - 40x + 300 = 0$$

$$(x-30)(x-10) = 0$$

أما $x - 30 = 0 \Rightarrow x = 30$ يهمل

أو $x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10$ طول ضلع المربع المقطوع



صفيحة مستوية معدنية مستطيلة الشكل بعديها 80cm,50cm قطعت من اركانها الاربعة مربعات متساوية المساحة ثم ثنيت الاجزاء البارزة لتكون علبة بدون غطاء احسب طول ضلع المربع المقطوع لكي يكون حجم العلبة اكبر ما يمكن

63

2009 تمهيدي

Sol :

نفرض ان طول ضلع المربع المقطوع x

طول ضلع القاعدة 80-2x

وعرضها 50-2x وارتفاعها x

$$V = (80-2x)(50-2x)(x)$$

$$V = (4000 - 160x - 100x + 4x^2)(x)$$

$$V = (4000x - 260x^2 + 4x^3)$$

$$V' = 4000 - 520x + 12x^2$$

$$\left[4000 - 520x + 12x^2 = 0\right] \div 4$$

$$3x^2 - 130x + 1000 = 0$$

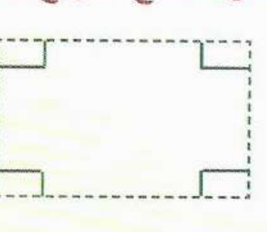
$$(3x-100)(x-10) = 0$$

أما $3x - 100 = 0 \Rightarrow x = \frac{100}{3}$

يهمل لانه اكبر من نصف العرض

أو $x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10\ cm$

طول ضلع المربع المقطوع



جد ابعاد اكبر علبة على شكل متوازي سطوح مستطيلة بدون غطاء يمكن صنعها من صفيحة معدنية الشكل طول ضلعها (48cm) وذلك بقص اربعة مربعات متساوية الابعاد من اركانها الاربعة ثم ثنيت الاجزاء البارزة ؟

64 2018 دور (2) تطبيقي- داخل

نفرض ان طول ضلع المربع المقطوع x
بعد ثني الاجزاء البارزة تكونت علبة على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة
طول ضلع القاعدة = 48-2x
وارتفاعها = x

$$V=(48-2x)^2.x$$

$$V=(2304-192x+4x^2)x$$

$$V=2304x-192x^2+4x^3$$

$$V'=2304-384x+12x^2$$

$$\left[2304-384x+12x^2=0\right]\div 6$$

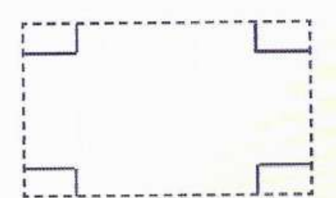
$$2x^2-64x+384=0$$

$$(2x-48)(x-8)$$

أما $2x-48=0 \Rightarrow 2x=48$

$$x=24\text{ cm}$$

أو $x-8=0 \Rightarrow x=8\text{ cm}$



جد ابعاد اكبر خزان على شكل متوازي سكوح مستطيلة بدون غطاء يمكن صنعه من صحيفة مستطيلة ابعادها 10cm و 16cm وذلك يقطع مربعات متساوية المسافة عند الرؤوس وثني الاطراف

65 2019 دور (2) تطبيقي

Sol :

نفرض الطول هو $(16-2x)$
نفرض العرض هو $(10-2x)$
الارتفاع x

$$V=(16-2x)(10-2x)x$$

$$V=(160-32x-20x+4x^2)x$$

$$V=(160-52x+4x^2)x$$

$$V=160x-52x^2+4x^3$$

$$V'=160-104x+12x^2$$

$$\left.160-104x+12x^2=0\right]\div 4$$

$$40-26x+3x^2=0$$

$$3x^2-26x+40=0$$

$$(3x-20)(x-2)=0$$

اما $3x-20=0$ يهمل

$$x-2=0$$

الارتفاع $\boxed{x=2}\text{cm}$

الطول $16-2(2)=16-4=12\text{ cm}$

العرض $10-2(2)=10-4=6\text{ cm}$

صندوق مفتوح من قطعة نحاس مربعة الشكل طول ضلعها 10cm وذلك بقص اربع مربعات متساوية من اركانها الاربعة, ثم ثنيت الاجزاء البارزة منها ما اعظم حجم لذلك الصندوق

66

2019 دور (2) تطبيقي/خارج

Sol :

نفرض طول الضلع $10-2x$

الارتفاع x

$$V=(10-2x)^2.x$$

$$V=(100-40x+4x^2)x$$

$$V=100x-40x^2+4x^3$$

$$V'=100-80x+12x^2$$

$$100-80x+12x^2=0]\div 4$$

$$3x^2-20x+25=0$$

$$(3x-5)(x-5)=0$$

اما $3x-5=0$ يهمل

او $x-5 \Rightarrow \boxed{x=5}$

$$V=[100-2(5)]^2.(5)$$

$$=(100-10)^2.5$$

$$=(90)^2.5$$

$$=(8100)(5)$$



صمم عامل بناء مبدع نموذجاً لصندوق بضاعة على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة الشكل ومن غير غطاء فاذا كان حجمه $\frac{1}{16}m^3$ جد ابعاد الصندوق لتكوين مساحة المادة المستخدمة في صناعته اقل ما يمكن

67

1997 دور (2)

نفرض ان طول ضلع القاعدة = x

نفـرض ان الارتفـاع = h

المساحة السطحية لمتوازي مستطيلات = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين

((ولان صندوق بدون غطاء سوف نحذف مساحة قاعدة واحدة)) وعليه يكون

المساحة السطحية للصندوق = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

= محيط القاعدة × الارتفاع + مساحة القاعدة

$A = 4xh + x^2 .... (1)$ القاعدة

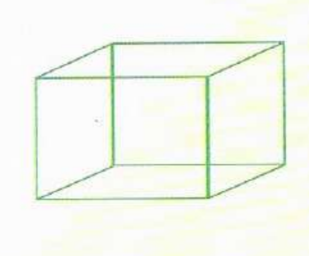
$V = x^2h \Rightarrow \frac{1}{16} = x^2h \Rightarrow 16x^2h = 1$

$h = \frac{1}{16x^2} .... (2)$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$A = 4x\frac{1}{16x^2} + x^2$

$A = \frac{1}{4}x^{-1} + x^2$



$A' = \frac{-1}{4}x^{-2} + 2x$

$\frac{-1}{4}x^{-2} + 2x = 0$

$\left[-\frac{1}{4x^2} + 2x = 0\right].4x^2$

$-1 + 8x^3 = 0 \Rightarrow 8x^3 = 1$

$x^3 = \frac{1}{8} \overset{\text{بالجذر التكعيبي}}{\Rightarrow} x = \frac{1}{2}m$

نعوض قيمة (x) في (2)

$h = \frac{1}{16(\frac{1}{2})^2}$

$h = \frac{1}{16(\frac{1}{4})} \Rightarrow h = \frac{1}{4}m$

خزان من الحديد ذو غطاء كامل على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة وحجمه 216m جد ابعاده لتكون مساحه الصفائح المستخدمة في صنعه اقل ما يمكن

68

2000 دور (2)

Sol : نفرض ان طول ضلع القاعدة $= x$

نفـرض ان الارتفـــاع $= h$

المساحة السطحية لمتوازي مستطيلات = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين

المساحة السطحية للخزان = محيط القاعدة × الارتفاع + 2 × مساحة القاعدة

$$A = 4xh + 2x^2 \ldots\ldots\ldots\ (1)$$ القاعدة

$$V = x^2h \Rightarrow 216 = x^2h \Rightarrow h = \frac{216}{x^2} \ldots (2)$$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$A = 4x\frac{216}{x^2} + 2x^2$$

2020 دور (1) احيائي

$$A = 4x\frac{216}{x^2} + 2x^2$$

$$A = 864x^{-1} + 2x^2$$

$$A' = -864x^{-2} + 4x$$

$$\left[\frac{-864}{x^2} + 4x = 0\right].x^2$$

$$-864 + 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x^3 = 864$$

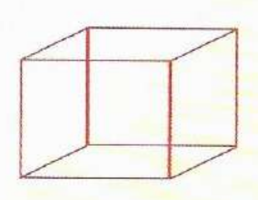
$$x^3 = 216 \overset{\text{بالجذر التكعيبي}}{\Rightarrow} x = 6\ m$$

نعوض قيمة (x) في (2)

$$h = \frac{216}{x^2}$$

$$h = \frac{216}{36}$$

$$h = 6m$$



خزان على شكل متوازي سطوح مستطيلة مربعة الشكل وله غطاء كامل ، جد ابعاد الخزان لتكون مساحة المادة المستعملة في صناعته اقل ما يمكن علماً ان سعة الخزان $27m^3$

69

2015 دور (1) خارج

2002 دور (2)

Sol :

نفرض طول ضلع القاعدة $= x$

نفــرض الارتفـــاع $= h$

المساحة الكلية لمتوازي مستطيلات = المساحة الجانبية (محيط لقاعدة × الارتفاع) + مساحة القاعدتين

$$A = 4xh + 2x^2 \ldots\ldots\ldots\ (1)$$ القاعدة

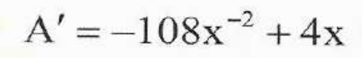
$$V = x^2h$$

$$27 = x^2h \Rightarrow h = \frac{27}{x^2} \ldots\ldots\ (2)$$ العلاقة

نعوض (2) في (1)

$$A = 4x\frac{27}{x^2} + 2x^2$$

$$A = 108x^{-1} + 2x^2$$



$$A' = -108x^{-2} + 4x$$

$$\left[\frac{-108}{x^2} + 4x = 0\right].x^2$$

$$-108 + 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x^3 = 108$$

$$x^3 = 27 \Rightarrow x = 3m$$

نعوض قيمة (x) في (2)

$$h = \frac{7}{x^2} = \frac{27}{9} = 3m$$

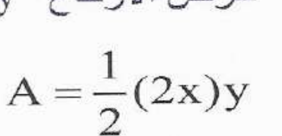
جد مساحتها اكبر مثلث متساوي الساقين يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها 6cm بحيث يكون رأسه في مركز الدائرة وقاعدته توازي قطرها

70 — 2017 دور (2) تطبيقي/خارج

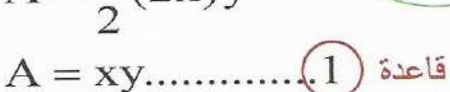
Sol :

نفرض القاعدة $2x$

نفرض الارتفاع y



$$A=\frac{1}{2}(2x)y$$



$$A=xy \;\ldots\ldots\ldots (1) \text{ قاعدة}$$

$$x^2+y^2=(6)^2$$

$$x^2+y^2=36$$

$$x^2=36-y^2$$

$$x=\sqrt{36-y^2}\;\ldots\ldots (2) \text{ علاقة}$$

نعوض (2) في (1)

$$A=y\sqrt{36-y^2}$$

$$A=\sqrt{y^2(36-y^2)}$$

$$A=\sqrt{36y^2-y^4}$$

$$A'=\frac{72y-4y^3}{2\sqrt{36y^2-y^4}}$$

$$72y-4y^3=0]\div 4$$

$$18y-y^3=0$$

$$y(18-y^2)=0$$

$y=0$ يهمل او $y=\sqrt{18}$

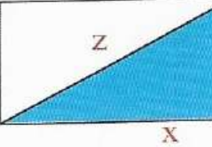
$$x=\sqrt{36-18}\Rightarrow x=\sqrt{18}$$

$$A=x.y$$

$$A=\sqrt{18}.\sqrt{18}=18\text{ cm}^2$$

مستطيل مساحتها $4cm^2$ جد ابعاده عندما يكون قطره اصغر مايمكن

71 — 2017 دور (2) احيائي/موصل



$$Z^2=x^2+y^2$$

$$Z=\sqrt{x^2+y^2}\;\ldots\ldots (1) \text{ قاعدة}$$

$$x.y=4\Rightarrow y=\frac{4}{x}$$

$$y^2=\frac{16}{x^2}\;\ldots\ldots\ldots (2) \text{ علاقة}$$

نعوض (2) في (1)

$$Z=\sqrt{x^2+16x^{-2}}$$

$$Z'=\frac{2x-32x^{-3}}{2\sqrt{x^2+16x^{-2}}}$$

$$2x-32x^{-3}=0]\div 2$$

$$x-\frac{16}{x^3}=0].x^3 \quad \text{in } (2)$$

$$x^4-16=0\Rightarrow x^4=16$$

$$\boxed{x=2}$$

$$y=\frac{4}{x}=\frac{4}{2}$$

$$\boxed{y=2}$$



اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية
$400\pi cm^2$ وحجمها $2000\pi cm^3$
جد ارتفاعها ونصف قطر قاعدتها

72

2019 دور (3) تطبيقي

Sol:

$$A = 400\pi \ , \ V = 2000\pi$$

$$A = 2\pi rh$$

$$400\pi = 2\pi rh \Big] \div 2\pi$$

$$200 = rh \Rightarrow h = \frac{200}{r} \ldots\ldots\ldots (1)$$

قاعدة

$$V = \pi r^2 h$$

$$2000\pi = \pi r^2 h \Big] \div \pi$$

$$2000 = r^2 h \ldots\ldots\ldots (2)$$

علاقة

نعوض (2) في (1)

$$2000 = \cancel{r}^2 . \frac{200}{\cancel{r}}$$

$$2000 = 200r \Big] \div 200$$

$r = 10$ in (2)

$$h = \frac{200}{r} = \frac{20\cancel{0}}{1\cancel{0}}$$

$$h = 20$$